

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2017

## MATHÉMATIQUES

### Sciences et Technologies du Management et de la Gestion

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 3

Calculatrice autorisée conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

***Le candidat doit traiter les 4 exercices.***

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

*Dès que le sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.*

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

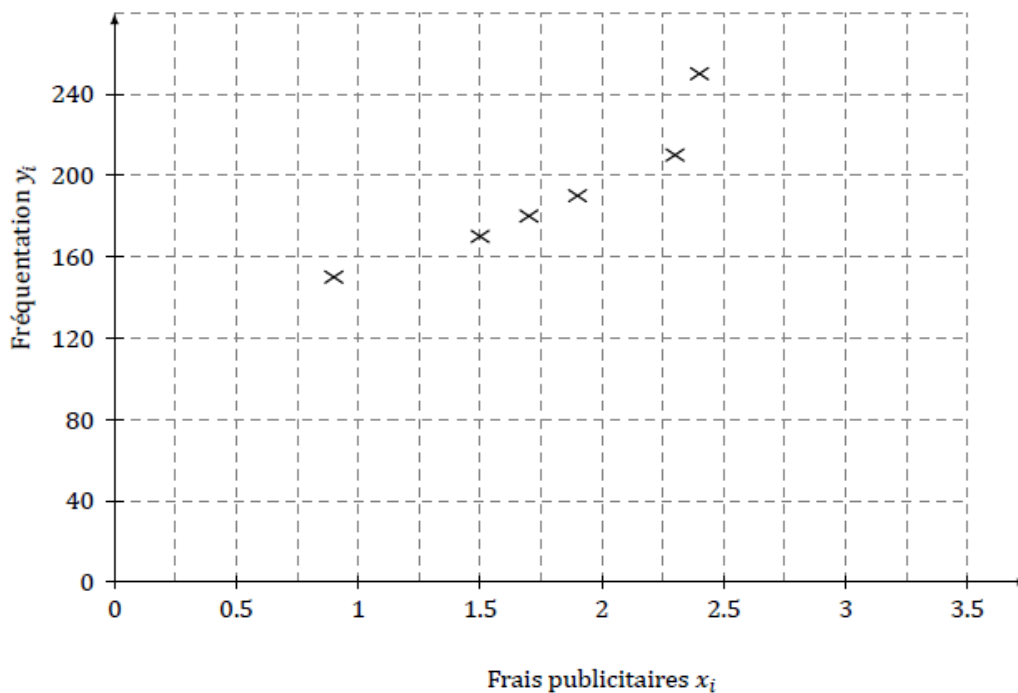
### Exercice 1 (3 points)

Le service marketing d'un centre commercial veut évaluer l'impact des frais engagés en publicité, par mois, sur le nombre de clients.

Pour cela, ce service s'appuie sur les données ci-dessous, relevées sur une période de 6 mois :

Frais publicitaires $x_i$ (en milliers d'euros)	1,9	2,4	1,5	0,9	2,3	1,7
Fréquentation $y_i$ (en milliers de clients)	190	250	170	150	210	180

Le nuage de points de coordonnées  $(x_i, y_i)$  est représenté ci-dessous.



1. Donner à l'aide de la calculatrice une équation de la droite réalisant un ajustement affine de ce nuage de points, obtenue par la méthode des moindres carrés.

*On arrondira les coefficients au centième.*

2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite d'équation  $y = 58,3x + 87,6$ .

a. On estime alors que pour 4 000 euros de frais publicitaires engagés, la fréquentation s'élèverait à 321 000 clients. Vérifier la cohérence de l'estimation annoncée.

b. Quel est le montant des frais publicitaires devant être engagés pour espérer 400 000 clients au cours d'un mois ?

*On arrondira à la centaine d'euros.*

c. Le centre commercial décide d'engager 5 000 euros pour la campagne publicitaire du prochain mois. Lors du bilan, on dénombre 330 000 clients ayant fréquenté le site au cours de ce mois. Comment peut-on analyser ce résultat ?

## Exercice 2 (5 points)

Le diabète de type 1 est une maladie qui apparaît le plus souvent durant l'enfance ou l'adolescence. Les individus atteints par cette maladie produisent très peu ou pas du tout d'insuline, hormone essentielle pour l'absorption du glucose sanguin par l'organisme.

En 2016, 542 000 enfants dans le monde étaient atteints de diabète de type 1. Des études récentes permettent de supposer que le nombre d'enfants diabétiques va augmenter de 3 % par an à partir de 2016. On note  $u_n$  le nombre d'enfants diabétiques dans le monde pour l'année  $(2016+n)$ . Ainsi  $u_0 = 542\,000$ .

1. Étude de la suite  $(u_n)$  :

- Calculer  $u_1$ .
- Donner la nature de la suite  $(u_n)$  et préciser sa raison.
- Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- La feuille de calcul ci-dessous, extraite d'un tableur, permet de calculer les termes de la suite  $(u_n)$ . Les cellules de la colonne C sont au format « nombre à zéro décimale ». Quelle formule, saisie dans la cellule C3 puis recopiée vers le bas, permet d'obtenir les valeurs de la colonne C ?

	A	B	C
1	Année	$n$	$u_n$
2	2016	0	542 000
3	2017	1	
...	...	...	...

2. Calculer le nombre d'enfants atteints de diabète de type 1 dans le monde en 2021.

3. On considère l'algorithme suivant :

```
Initialisation :   U prend la valeur 542 000
                    N prend la valeur 0
Traitement :     Tant que U < 625 000
                    U prend la valeur 1,03 × U
                    N prend la valeur N + 1
                    Fin Tant que
```

a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous. On arrondira les valeurs de  $U$  à l'unité.

$U$	542 000	558 260				
$N$	0	1				
$U < 625\,000$ ?	VRAI					

b. Que permet de calculer cet algorithme dans le contexte de l'exercice ?

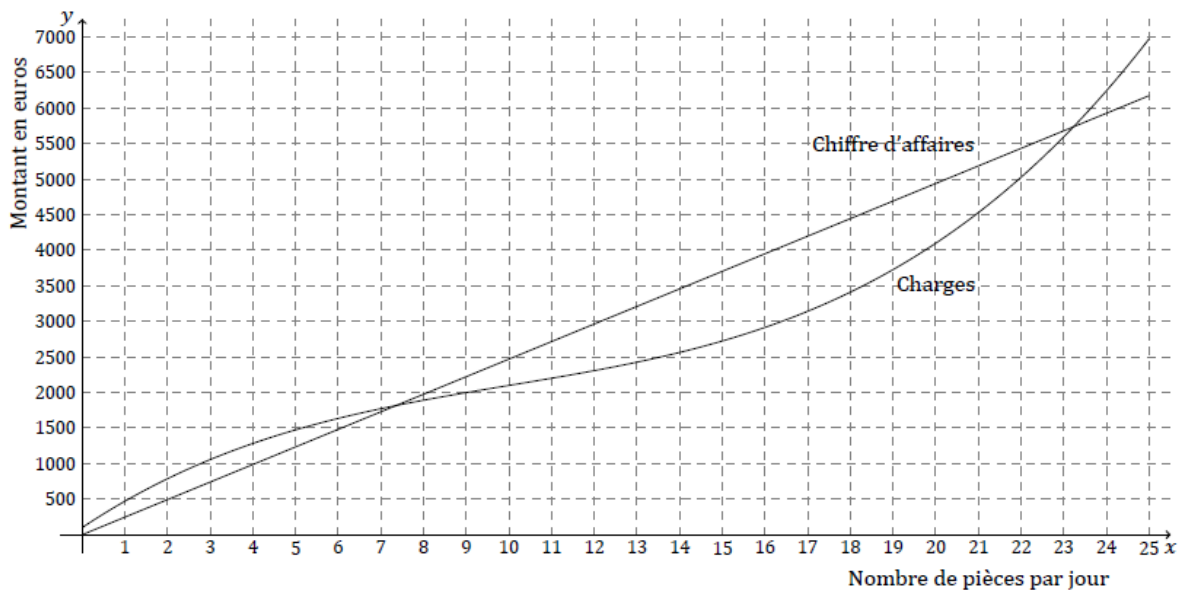
### Exercice 3 (6 points)

Une entreprise fabrique chaque jour des pièces métalliques pour l'industrie automobile. La production quotidienne varie entre 0 et 25 pièces.

#### Partie A : Lectures graphiques

À l'aide du graphique donné ci-dessous, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le montant des charges pour 5 pièces produites par jour ?
2. Combien de pièces sont produites par jour pour un montant des charges de 2000 euros ?
3. Quelles quantités produites par jour permettent à l'entreprise de réaliser un bénéfice ?



#### Partie B : Étude du bénéfice

Le montant des charges correspondant à la fabrication de  $x$  pièces, exprimé en euros, est modélisé par la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[0; 25]$  par :

$$C(x) = x^3 - 30x^2 + 400x + 100.$$

On suppose que l'entreprise vend chaque jour sa production journalière. Chaque pièce est vendue au prix de 247 euros.

1. On note  $B$  la fonction bénéfice, exprimée en euros. Justifier que l'expression de  $B(x)$  sur l'intervalle  $[0; 25]$  est :  $B(x) = -x^3 + 30x^2 - 153x - 100$ .
2. On note  $B'$  la fonction dérivée de la fonction  $B$ .  
Calculer  $B'(x)$ , pour tout nombre réel  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; 25]$ .
3. Justifier le tableau suivant :

$x$	0	3	17	25		
Signe de $B'(x)$		-	0	+	0	-

4. En déduire le tableau de variations **complet** de la fonction  $B$  sur l'intervalle  $[0; 25]$ .
5. Déterminer le nombre de pièces que l'entreprise doit produire chaque jour pour que le bénéfice réalisé soit maximal. Que vaut alors ce bénéfice maximal ?

**Partie C : Coût moyen**

On appelle coût moyen la fonction  $C_M$  définie sur l'intervalle  $]0; 25]$  par  $C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$ .

1. Calculer  $C_M(16)$  et  $C_M(17)$ . On arrondira au centime d'euro.
2. On donne le tableau de variations de la fonction  $C_M$  :

$x$	0	15,2	25
$C_M(x)$		181,6	279

L'affirmation suivante est-elle vraie ? « Lorsque le bénéfice de l'entreprise augmente, le coût moyen diminue. » Justifier la réponse.

### Exercice 4 (6 points)

Les parties A, B et C de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

#### Partie A

On s'intéresse au nombre de dons de sang lors de collectes organisées au sein de l'Établissement Français du Sang (EFS) depuis 2010.

Année	2010	2011	2012	2013	2014
Nombre de dons de sang (en milliers)	2 473	2 586	2 612	2 589	2 547

Source : site de l'EFS

- Déterminer à 0,01 % près, le pourcentage d'augmentation de dons de sang entre 2010 et 2014.
- En déduire que l'augmentation annuelle moyenne entre 2010 et 2014 est de 0,74 % arrondie à 0,01 %.
- En supposant que l'augmentation du nombre de dons suivra la même évolution, combien de dons de sang peut-on espérer collecter en 2017?  
*On arrondira au millier.*

#### Partie B

Dans une région, 54 % des donneurs sont des hommes.

Parmi eux, 37 % ont moins de 40 ans.

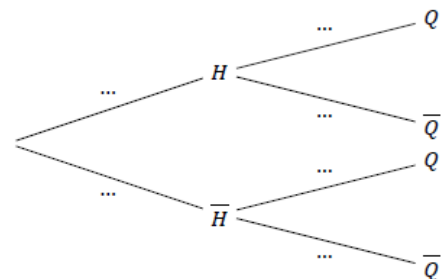
Parmi les femmes donnant leur sang, 48 % ont moins de 40 ans.

On interroge au hasard un donneur de sang dans cette région et on considère les événements suivants :

- $H$  : « la personne interrogée est un homme »
- $Q$  : « la personne interrogée a moins de 40 ans ».

$\bar{H}$  désigne l'événement contraire de  $H$  et  $P_H(Q)$  la probabilité de  $Q$  sachant  $H$ .

- À l'aide de l'énoncé, donner  $P(H)$  et  $P_H(Q)$ .
- Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.



- Calculer  $P(H \cap Q)$ . Interpréter le résultat obtenu.
- Démontrer que la probabilité que la personne interrogée ait moins de 40 ans est 0,4206.
- La personne interrogée a plus de 40 ans. Déterminer la probabilité que ce soit un homme.  
*On arrondira à  $10^{-4}$ .*

### **Partie C**

L'EFS affirme que dans une région donnée : « 23 % de la population donne son sang au moins une fois par an ».

On interroge au hasard un échantillon de 1 000 personnes habitant cette région. Parmi elles, 254 ont donné au moins une fois leur sang au cours de la dernière année.

Peut-on mettre en doute l'affirmation de l'EFS ? Justifier la réponse à l'aide d'un intervalle de fluctuation.