BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2018

MATHÉMATIQUES

Série ES

Durée de l'épreuve : 3 heures **Coefficient : 7 (ES)**

ES : ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

• *Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.*
• *Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.*
• *Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*
• *Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.*

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte **5 pages numérotées de 1 / 5 à 5 / 5.**

EXERCICE 1 (6 points) Commun à tous les candidats

Dans tout cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

Une grande enseigne souhaite étudier l'évolution du chiffre d'affaires des ventes de ses produits « bio ». Les données collectées ces dernières années sont les suivantes :

Années	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Chiffre d'affaires (millier d'euros)	330	361	392	432	489	539

1. Calculer le taux d'évolution en pourcentage du chiffre d'affaires entre 2012 et 2013.

2. Un cabinet d'étude avait, en 2012, conduit une étude et modélisé le chiffre d'affaires des ventes de produits bio par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représentait le chiffre d'affaires, exprimé en millier d'euros, de l'année $2012+n$.
Dans cette modélisation, on suppose que le chiffre d'affaires augmente de 9 % chaque année à partir de 2012 et on construit un algorithme donnant en sortie le terme u_n pour un entier naturel n donné par l'utilisateur.

a. Dans les algorithmes ci-dessous, N est un entier, donné par l'utilisateur, qui désigne le nombre d'années écoulées depuis l'année 2012 et U un nombre réel qui désigne le chiffre d'affaires en $2012+N$.
Justifier que les algorithmes A et C ne conviennent pas.

Algorithme A

```
U ← 330
Pour i variant de 1 à N
   W ← 1,09 × U
Fin Pour
```

Algorithme B

```
U ← 330
Pour i variant de 1 à N
   U ← 1,09 × U
Fin Pour
```

Algorithme C

```
Pour i variant de 1 à N
   U ← 330
   U ← 1,09 × U
Fin Pour
```

On admet que l'algorithme B convient.

b. Pour la valeur 5 de N saisie dans l'algorithme B, recopier puis compléter, en le prolongeant avec autant de colonnes que nécessaire, le tableau ci-dessous.

valeur de i		1	...
valeur de U	330		...

c. Justifier, qu'au vu de ces résultats, le cabinet d'étude conclut que ce modèle n'est pas pertinent dès 2016.

3. Le cabinet d'étude décide de modéliser ce chiffre d'affaires, exprimé en millier d'euros, par la suite (v_n) définie par $v_0 = 432$ et $v_{n+1} = 0,9\,v_n + 110$ pour tout entier naturel n.
Le terme v_n représente alors ce chiffre d'affaires en $2015+n$.

a. Calculer v_1 et v_2.

b. On pose $w_n = v_n - 1100$ pour tout entier naturel n. Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

c. Pour tout entier naturel n, exprimer w_n en fonction de n.
En déduire que $v_n = 1100 - 668 \times 0,9^n$ pour tout entier naturel n.

d. Ce modèle permet-il d'envisager que le chiffre d'affaires dépasse un jour 2 millions d'euros ?

EXERCICE 2 **(5 points)** **Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité**

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Un laboratoire en botanique étudie l'évolution d'une espèce végétale en fonction du temps.

Cette espèce compte initialement 2 centaines d'individus.
Au bout de 2 semaines, l'espèce végétale compte 18 centaines d'individus.
Au bout de 3 semaines, l'espèce végétale prolifère et s'élève à 30,5 centaines d'individus.
Au bout de 10 semaines, on en compte 90 centaines.

On modélise cette évolution par une fonction polynomiale f donnant le nombre d'individus de l'espèce, exprimé en centaine, en fonction du temps écoulé x, exprimé en semaine.
Ainsi $f(2) = 18$; $f(3) = 30{,}5$ et $f(10) = 90$.

On admet que $f(x)$ peut s'écrire $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, où a, b, c et d, sont des réels.

1. Justifier que $d = 2$.

2. Montrer que a, b et c sont solutions du système : $\begin{cases} 8a + 4b + 2c = 16 \\ 27a + 9b + 3c = 28,5 \\ 1000a + 100b + 10c = 88 \end{cases}$

3. Déterminer les matrices A, X et B qui permettent d'écrire le système précédent sous la forme $AX = B$.

4. Résoudre le système.

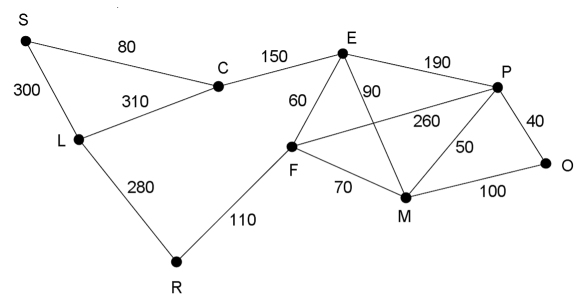
5. En supposant que l'évolution suit, sur l'intervalle $[0;13]$, le modèle décrit par la fonction f, déterminer au bout de combien de temps la quantité de l'espèce étudiée sera maximale (arrondir à la semaine près).

Partie B

Le laboratoire en botanique possède un parc d'étude dans lequel est observée l'évolution de différentes espèces d'arbres.

Les agents chargés du nettoyage circulent dans le parc depuis le local technique (L) jusqu'aux différentes parcelles plantées d'arbres : C, E, F, M, O, P, R et S.

Les sommets du graphe ci-contre représentent les différentes parcelles, et les arêtes marquent les allées permettant de se déplacer dans le parc. Les étiquettes rapportent la distance en mètre entre les parcelles.



1.
   a. Existe-t-il un parcours empruntant toutes les allées, une et une seule fois, en partant du local technique (L) et en y revenant? Si oui, donner un tel parcours.

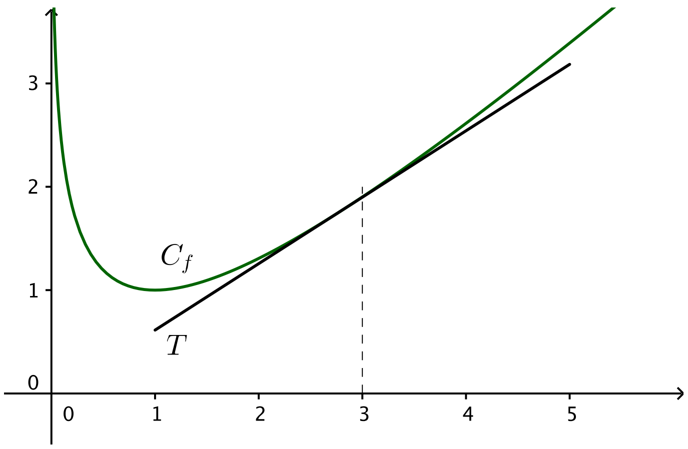
   b. Existe-t-il un parcours empruntant toutes les allées, une et une seule fois, en partant du local technique (L) et sans nécessairement y revenir? Si oui, donner un tel parcours.

2. Déterminer un parcours de distance minimale joignant le local technique à la parcelle O.

EXERCICE 3 **(3 points)** **Commun à tous les candidats**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x - \ln(x)$.

On appelle C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(\mathrm{O}\,;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath}\,)$ et T la tangente à C_f au point d'abscisse $x = 3$.



Cette tangente T à C_f passe-t-elle par l'origine du repère ?

EXERCICE 4 (6 points) Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

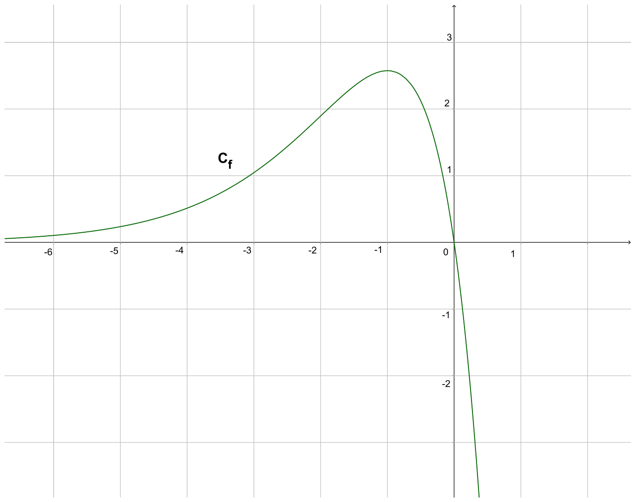
Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par

$$f(x) = -7\,x\,\mathrm{e}^{x}.$$

Cette fonction admet sur $\mathbf{R}$ une dérivée f' et une dérivée seconde f''.
On donne ci-contre la courbe C_f représentative de la fonction f.



1. On note F une primitive de f sur $\mathbf{R}$, une expression de $F(x)$ peut être :

   a. $(-7-7\,x)\,\mathrm{e}^{x}$ **b.** $-7\,\mathrm{e}^{x}$ **c.** $-7\,x\,\mathrm{e}^{x}$ **d.** $(-7\,x+7)\,\mathrm{e}^{x}$

2. Soit A l'aire, exprimée en unité d'aire, comprise entre la courbe représentative de f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=-3$ et $x=0$. On a :

   a. $3 < A < 4$ **b.** $5 < A < 6$ **c.** $A < 0$ **d.** $A > 7$

3. On a :

   a. f' est positive sur l'intervalle $[-6\,;\,0]$;

   b. f est convexe sur l'intervalle $[-1\,;\,0]$;

   c. C_f admet un point d'inflexion pour $x=-1$;

   d. f'' change de signe en $x=-2$.

Partie B

On considère la loi normale X de paramètres $\mu = 19$ et $\sigma = 5$.

4. La meilleure valeur approchée de $P(19 \leqslant X \leqslant 25)$ est :

   a. 0,385 **b.** 0,084 **c.** 0,885 **d.** 0,5

5. Une valeur approchée à 10^{-3} près de la probabilité $P(X \geqslant 25)$ est :

   a. $p \approx 0{,}885$ **b.** $p \approx 0{,}115$ **c.** $p \approx 0{,}385$ **d.** $p \approx 0{,}501$

6. Le nombre entier k tel que $P(X > k) \approx 0{,}42$ à 10^{-2} près est :

   a. $k = 19$ **b.** $k = 29$ **c.** $k = 20$ **d.** $k = 14$