BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2018

MATHÉMATIQUES – Série ES

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures.** – COEFFICIENT : **7**

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche,
même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et
à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).

Exercice 1 (5 points)
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. On considère l'algorithme ci-contre :

   On affecte 3 à la variable N.
   Que contient la variable S, arrondie au dixième, à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

```
v ← 9
S ← 9
Pour i allant de 1 à N
    v ← 0,75 × v
    S ← S + v
Fin Pour
```

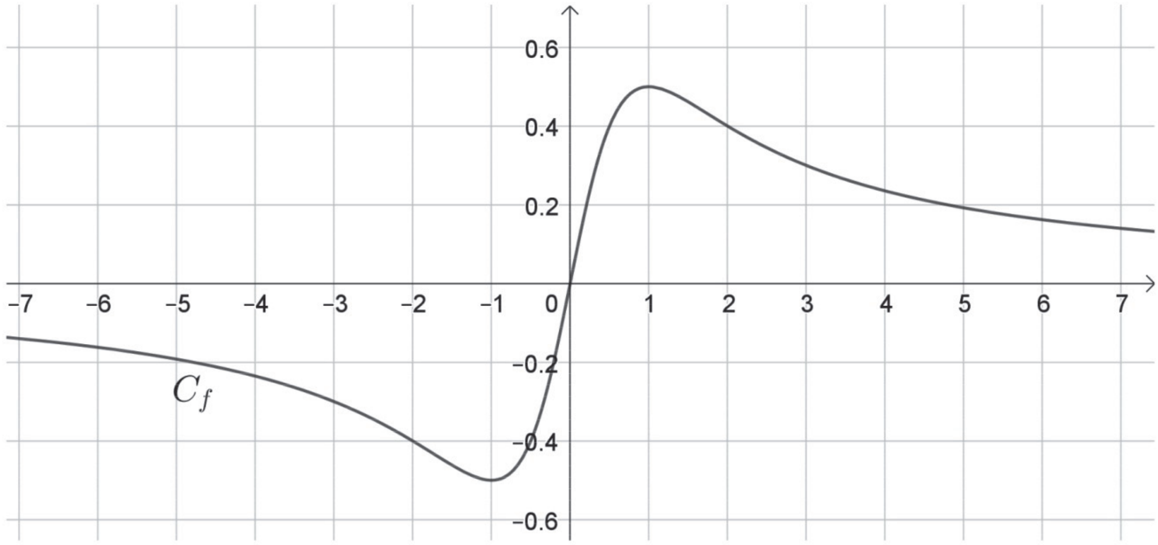
   a) $24,6$ b) -25 c) 27 d) $20,8$

2. Soit a un réel, l'expression $\frac{2e^{a-1}}{(e^a)^2}$ est égale à :

   a) 1 b) $2e^{3a-1}$ c) e^{-2} d) $\frac{2}{e^{a+1}}$

Pour les questions 3, 4 et 5, on considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative C_f est donnée ci-dessous.

On note f' la fonction dérivée de f et f'' la fonction dérivée de f'.



3. Le nombre de solutions dans $[-7\,;7]$ de l'équation $f'(x) = 0$ est :
   a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

4. Une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = -0,3$ sur l'intervalle $[-1\,;\,6]$ est :
   a) -3 b) $-0,3$ c) $0,3$ d) 3

5. Le nombre de points d'inflexion dans $[-7\,;7]$ de C_f est :
   a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

Exercice 2 (5 points)
Commun à tous les candidats

Les parties A, B et C sont indépendantes.
Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis, si besoin, au millième.

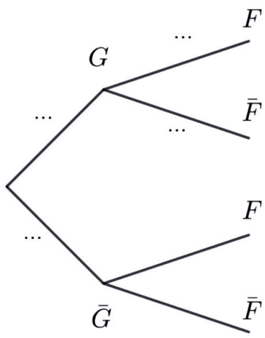
Partie A

Une étude réalisée dans des écoles en France indique que 12,9 % des élèves sont gauchers. Parmi ces gauchers, on trouve 40 % de filles.
On choisit au hasard un élève et on considère les événements suivants :

- G : « l'élève est gaucher » ;
- F : « l'élève est une fille ».

Pour tout événement A, on note $P(A)$ sa probabilité et $\bar{A}$ son événement contraire. De plus, si B est un événement de probabilité non nulle, on note $P_B(A)$ la probabilité de A sachant B.

1. Recopier l'arbre pondéré ci-contre et traduire sur cet arbre les données de l'exercice.
2. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit une fille gauchère ?
3. Dans ces écoles, il y a 51 % de filles.
   Montrer que $P(\bar{G} \cap F) = 0{,}4584$.
4. Sachant que l'on est en présence d'une élève fille, quelle est la probabilité qu'elle soit droitière ?



Partie B

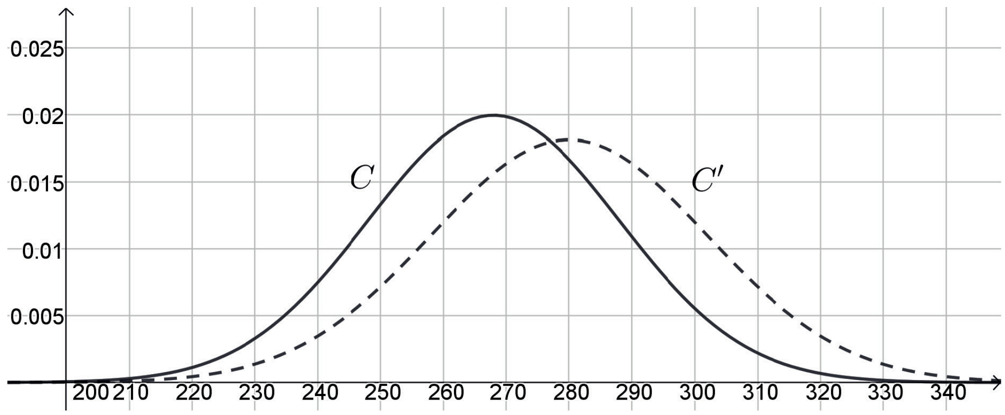
En France, la proportion de gauchers est de 13 %.
Un club d'escrime compte 230 adhérents dont 110 gauchers.

1. Quelle est la fréquence de gauchers observée dans le club d'escrime ?
2. À l'aide d'un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, déterminer si le club d'escrime est représentatif de la population française.

Partie C

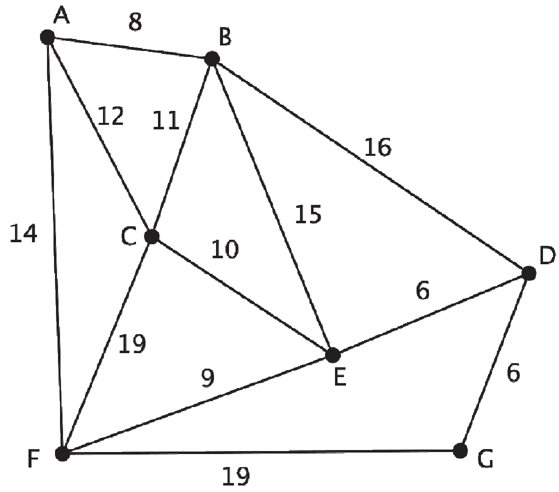
Le temps de réaction en milliseconde chez les escrimeurs gauchers est modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu_1 = 268$ et d'écart type $\sigma_1 = 20$.
Le temps de réaction en milliseconde chez les escrimeurs droitiers est modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance $\mu_2 = 280$ et d'écart type $\sigma_2 = 22$.

1. a) Déterminer $P(X \leq 300)$ et $P(Y \leq 300)$.
   b) Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.
2. Sur le graphique ci-dessous, les courbes C et C' représentent les fonctions de densité des variables aléatoires X et Y.
   Indiquer, pour chaque variable aléatoire X et Y, la courbe correspondante. Justifier.



Exercice 3 (5 points)
Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes.



Partie A

Un investisseur immobilier doit visiter plusieurs biens à vendre dans une ville.
Le graphe ci-contre représente le plan de la ville. Les biens à visiter sont identifiés par les lettres A, B, C, D, E, F et G. Les poids des arêtes sont les durées de parcours, en minute, entre deux biens.

1. a) Afin de découvrir la ville, l'investisseur souhaite emprunter, une fois et une seule, chacune des rues reliant les biens. Quelles caractéristiques du graphe permettent d'affirmer qu'il existe un tel trajet ?
   b) Donner un exemple d'un tel trajet et préciser sa durée en minute.
2. Lorsque l'investisseur immobilier termine ses visites par le bien A, il souhaite revenir au bien G le plus rapidement possible. Déterminer ce plus court chemin à l'aide d'un algorithme. Quelle est sa durée en minute ?

Partie B

L'investisseur commande une étude sur la population de sa ville qui lui révèle qu'en 2018, 80 % des locataires occupent un studio et 20 % des locataires occupent un T2 (appartement de deux pièces).
Le nombre total de locataires ne varie pas mais chaque année :

- la moitié des locataires en studio le conserve tandis que l'autre moitié change pour un T2 ;
- un quart des locataires en T2 change pour un studio tandis que les autres conservent leur T2.

On considère les événements suivants :

- S : « le locataire occupe un studio »
- T : « le locataire occupe un T2 ».

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets S et T.
2. Pour tout entier naturel n, on note s_n la proportion de locataires en studio et t_n la proportion de locataires en T2 l'année $2018 + n$.
   a) Donner la matrice de transition associée à ce graphe.
   b) Donner l'état initial du graphe.
   c) Quel sera le pourcentage, arrondi à 0,1 %, de locataires en studio en 2023 ?

Exercice 4 (5 points)
Commun à tous les candidats

Une entreprise vend des voitures télécommandées. La vente mensuelle varie entre 1000 et 5000 voitures.
Une étude montre que la recette mensuelle totale de l'entreprise est de 70 000 euros lorsqu'elle vend 1000 voitures.

On note $r(x)$ la recette mensuelle réalisée par l'entreprise, exprimée en dizaine de milliers d'euros, pour la vente de x milliers de voitures.

1. Donner $r(1)$.
2. On admet que, pour tout $x \in [1\,;5]$, la recette mensuelle est modélisée par :

$$r(x) = 6 + x + 2\ln(x)$$

   a) Montrer que, pour tout $x \in [1\,;5]$,

$$r'(x) = \frac{x+2}{x}$$

   b) Étudier les variations de r sur l'intervalle $[1\,;\,5]$.

3. a) Justifier que l'équation $r(x) = 10$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[1\,;5]$, puis donner une valeur approchée de α au millième.

   b) Déterminer le nombre minimal de voitures télécommandées vendues à partir duquel l'entreprise réalise une recette supérieure à 100 000 euros.

4. a) Soit g la fonction définie pour tout $x \in [1\,;5]$ par $g(x) = 2\ln(x)$.
   Montrer que la fonction G définie pour tout $x \in [1\,;\,5]$ par

$$G(x) = 2x(\ln(x) - 1)$$

   est une primitive de la fonction g.

   b) En déduire une primitive R de la fonction r sur l'intervalle $[1\,;\,5]$.

   c) Donner une valeur approchée à la dizaine d'euros de la valeur moyenne de la recette totale lorsque l'entreprise vend entre 2000 et 4000 voitures télécommandées.