

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2018

MATHÉMATIQUES

Série ST2S

Sciences et Technologies de la Santé et du Social

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 3

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

Les candidates et les candidats doivent s'assurer que le sujet distribué est complet.

Les annexes en page 6/7 et 7/7 sont à rendre avec la copie.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

*Le sujet est composé de 3 exercices indépendants.
Tous les exercices doivent être traités.*

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
Les candidates et les candidats sont invités à faire figurer sur leurs copies
toute trace de recherche, même incomplète ou infructueuse.*

EXERCICE 1 (9 points)

La Direction de la recherche, des études, de l'évaluation et des statistiques (Drees) collecte des informations sur les établissements d'accueil des enfants de moins de 6 ans.

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes

Partie A :

Ces établissements d'accueil se caractérisent notamment par leurs modes d'accueil : l'accueil en multiaccueil, en monoaccueil ou l'accueil familial.

Une enquête de la Drees révèle qu'au 31 décembre 2013, en France métropolitaine :

- 31,1% des établissements sont des structures monoaccueil dont 58,8% sont gérées par des organismes publics.
- 63,6% des établissements sont des structures multiaccueil dont 55,6% sont gérées par des organismes publics.
- Les autres établissements sont des structures d'accueil familial dont 91% sont gérées par des organismes publics.

On choisit un établissement au hasard dans l'ensemble des établissements d'accueil. On considère les événements suivants :

- A : « l'établissement est une structure monoaccueil » ;
- B : « l'établissement est une structure multiaccueil » ;
- C : « l'établissement est une structure d'accueil familial » ;
- D : « l'établissement est géré par un organisme public ».

On note $\overline{D}$ l'événement contraire de D .

1. À partir des données de l'énoncé, déterminer :
 - (a) La probabilité de l'événement A .
 - (b) La probabilité que l'établissement soit géré par un organisme public sachant qu'il s'agit d'une structure multiaccueil.
2. Sur l'**annexe 1 page 6/7**, à **rendre avec la copie**, compléter l'arbre de probabilité qui représente la situation.
3. *Dans cette question les probabilités calculées seront arrondies au millième.*
 - (a) Décrire par une phrase l'événement $A \cap D$ et calculer la probabilité de cet événement.
 - (b) Montrer que la probabilité que l'établissement soit géré par un organisme public est environ égale à 0,585.
4. Un journaliste affirme que parmi les établissements gérés par des organismes non publics, environ 2 sur 3 sont des structures multiaccueil.
Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier la réponse.

Partie B :

Le tableau suivant recense le nombre total d'établissements multiaccueil entre 2009 et 2013 en France métropolitaine.

Année	2009	2010	2011	2012	2013
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4
Nombre y_i d'établissements multiaccueil	5 720	6 250	6 900	7 560	8 050

Source : enquête PMI-Drees - 2009 à 2013, France métropolitaine

1. Calculer le taux d'évolution du nombre d'établissements multiaccueil entre 2009 et 2013.
Arrondir à 0,1 %.
2. Sur le graphique donné en **annexe 1 page 6/7**, représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i; y_i)$ associé aux données du tableau précédent.
3. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
Placer le point G sur le graphique de l'**annexe 1**.
4. On admet que la droite Δ d'équation $y = 597x + 5\,702$ réalise un bon ajustement affine du nuage de points et que cet ajustement reste valable jusqu'en 2018.
 - (a) Montrer que le point G appartient à cette droite Δ .
 - (b) Tracer la droite Δ sur le graphique de l'**annexe 1**.
 - (c) Selon ce modèle, déterminer une prévision du nombre d'établissements multiaccueil en 2018. Indiquer la méthode utilisée.

EXERCICE 2 (6 points)

Dans une usine pharmaceutique, une unité de production fabrique un médicament qu'elle vend par lots. Sa capacité de production est limitée à 60 lots par mois.

Partie A :

Sur le graphique de l'**annexe 2**, à **rendre avec la copie**, est représenté le bénéfice, en euros, en fonction du nombre de lots fabriqués et vendus en un mois.

1. Avec la précision permise par le graphique de l'**annexe 2 page 7/7** et en faisant apparaître les traits utiles à la lecture :
 - (a) Déterminer le bénéfice, en euros, correspondant à la fabrication et à la vente en un mois de 10 lots de ce médicament.
 - (b) Déterminer le nombre de lots que l'usine pharmaceutique doit fabriquer et vendre en un mois pour obtenir un bénéfice de 6 000 euros.
 - (c) Pour quels nombres de lots fabriqués et vendus en un mois, l'usine pharmaceutique réalise-t-elle un bénéfice supérieur ou égal à 14 000 euros ?
2. Pour quels nombres de lots fabriqués et vendus en un mois, la production est-elle rentable ?

Partie B :

On admet que le bénéfice en fonction du nombre de lots fabriqués et vendus en un mois est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 60]$ par $f(x) = -10x^2 + 860x - 4000$.

1. La fonction f' est la fonction dérivée de la fonction f . Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0 ; 60]$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 60]$. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 60]$.
3. En déduire le bénéfice maximal ainsi que le nombre de lots fabriqués et vendus correspondant à ce bénéfice maximal.

EXERCICE 3 (5 points)

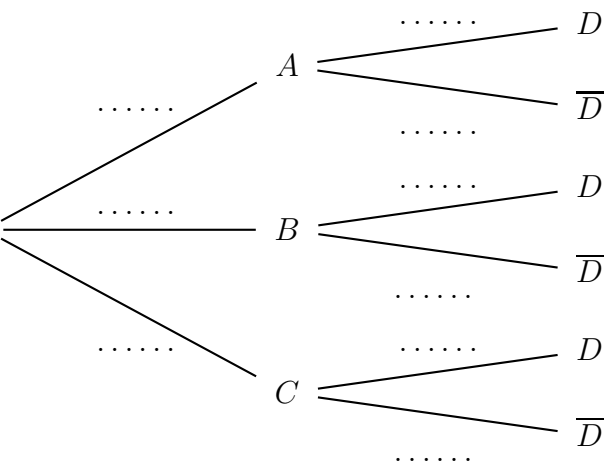
Lors d'une culture *in vitro* de bactéries *Escherichia coli* on s'intéresse à la phase de croissance exponentielle lors de laquelle, dans les conditions optimales de température à 37 °C, le nombre de bactéries double toutes les 20 minutes.

Lors de la phase exponentielle, le temps nécessaire pour que le nombre de bactéries double, ici 20 minutes, est appelé temps de génération.

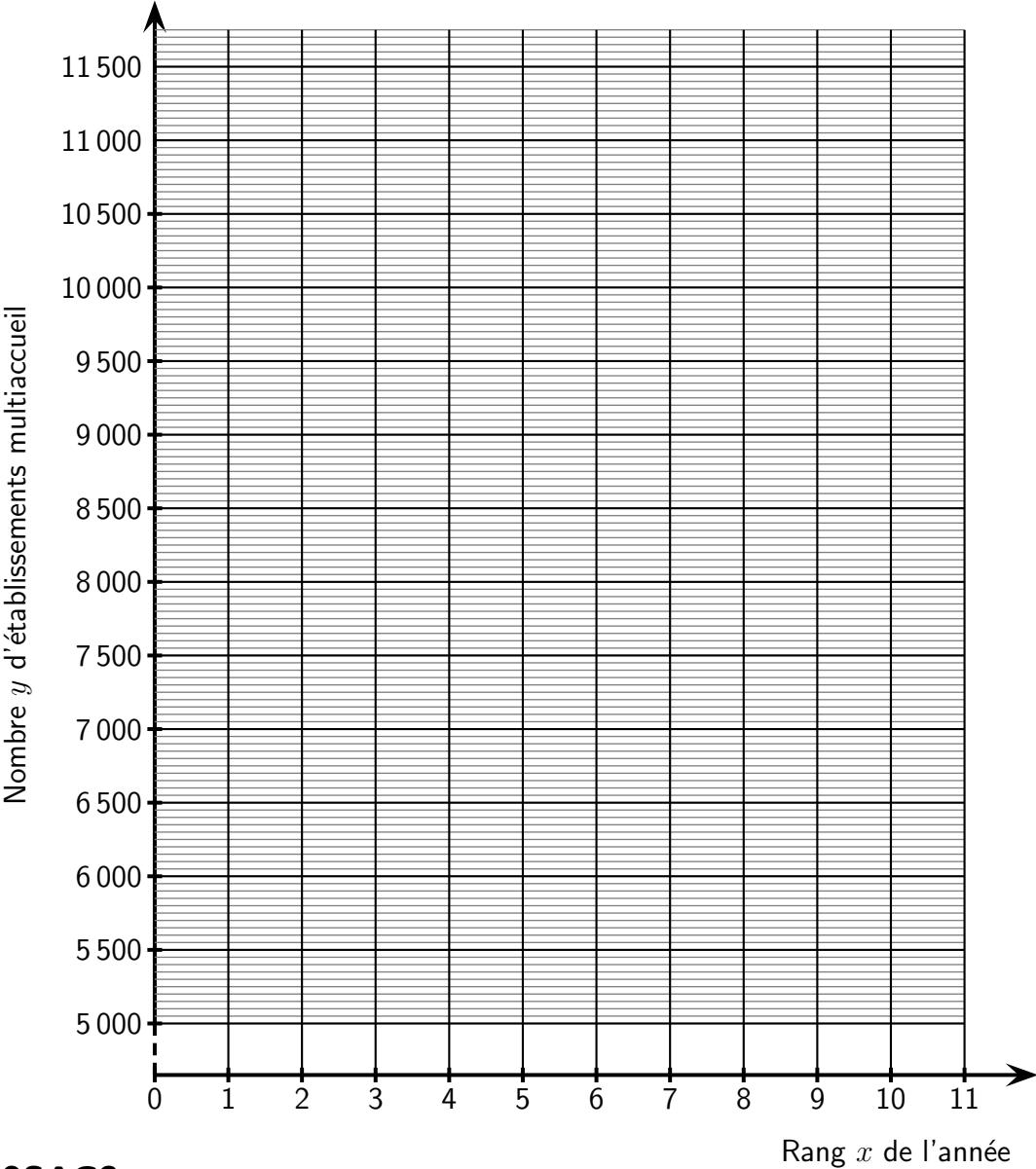
On estime qu'au début de la phase exponentielle, le nombre de bactéries *Escherichia coli* par mL s'élève à 50 millions. Soit u_0 le nombre de bactéries exprimé en millions au début de la phase exponentielle et u_n le nombre de bactéries après n temps de génération, c'est-à-dire après n fois 20 minutes.

On a ainsi $u_0 = 50$.

1. (a) Calculer u_1 et u_2 .
(b) Montrer que $u_3 = 400$ et interpréter la valeur de u_3 .
2. (a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
(b) Exprimer u_n en fonction de n .
(c) Calculer le nombre de bactéries par mL au bout de 2 heures de phase exponentielle.
3. (a) Déterminer la plus petite valeur entière n telle que $50 \times 2^n \geq 200\,000$.
(b) Est-il vrai qu'après 4 heures de phase exponentielle le nombre de bactéries par mL sera supérieur à 200 milliards ?
4. Une personne affirme qu'après 48 heures de phase exponentielle, le nombre de bactéries par mL sera supérieur à 10^{45} .
Que pensez-vous de cette affirmation ?



Exercice 1 : Partie B



Exercice 2

