

Machine Emuage

1. Analyse globale

Q1. À partir de la présentation en page 3, **calculer** le nombre de combinaisons de cosmétiques que peut réaliser cette machine. **Comparer** ce nombre avec les 100 000 combinaisons annoncées par la start-up.

Détermination du nombre de combinaisons possibles :

- 1 capsule « texture » : 15 choix
- 1 ou 2 capsules « principe actif » : 210 combinaisons possibles
- 0 ou 1 capsule « fragrance » : 20 choix

$$N_{\text{combinaisons}} = 15 \times 210 \times (20 + 1) = 66\,150 \text{ combinaisons possibles}$$

La start-up annonce plus de 100 000 combinaisons possibles, ce qui est supérieur au résultat trouvé.

Q2. En partant sur la base d'un cosmétique réalisé à partir de quatre capsules, **calculer** le nombre de cosmétiques à fabriquer pour amortir l'achat de cette machine.

$$\text{Rentabilité : } 350 + n \times 25 = n \times 50 \text{ d'où } n = \frac{350}{50 - 25} = 14$$

La machine Emuage est donc amortie dès le 14^{ème} produit fabriqué.

2. Déplacement de la capsule

Objectif de cette partie : vérifier la précision de positionnement circulaire de la capsule texture.

Validation du choix de la motorisation

Q3. Vérifier que le nombre de pas du moteur pas à pas retenu permet de respecter la précision du positionnement circulaire indiquée dans le cahier des charges.

Le nombre pas moteur sur le DT1 est de 400 pas.

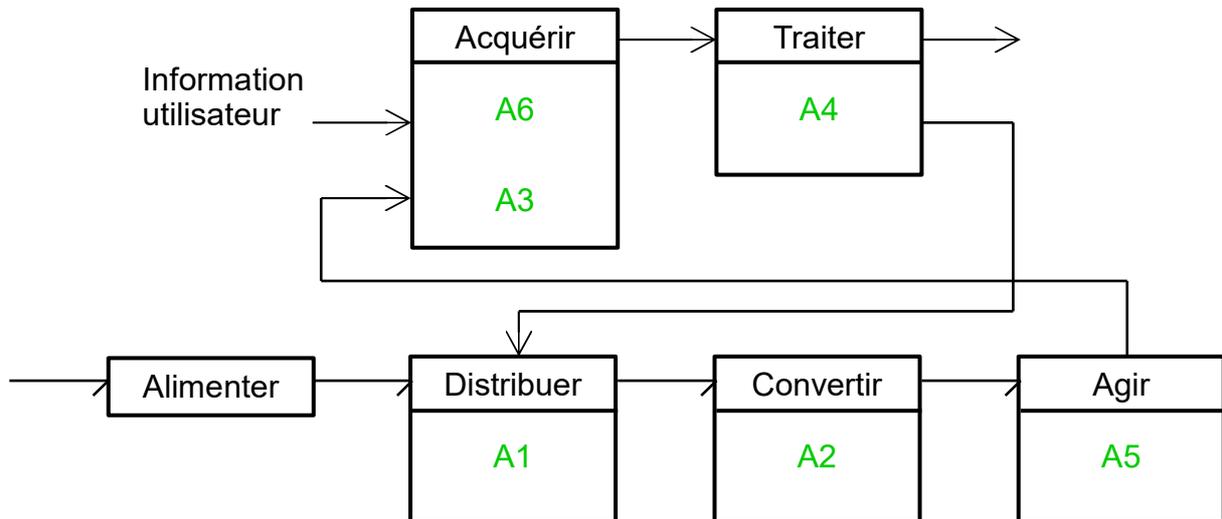
$$\text{Résolution : } \frac{\pi \times \varphi_{\text{plateau}}}{400} = \frac{\pi \times 65}{400} \approx 0,51 \text{ mm}$$

Le cahier des charges impose une précision du déplacement rotatif d'une capsule de 0,75 mm. La résolution est donc bien inférieure à celle demandée dans la fonction FS13,

qui est donc bien respectée.

Analyse et configuration du modèle multi-physique « dispositif plateau rotatif »

Q4. À partir de ce modèle, **compléter** le schéma du document réponse DR1 avec les repères A1, A2, A3, A4, A5 et A6 représentant les constituants de la chaîne fonctionnelle.



Q5. Déterminer les nombres de pas à effectuer par le moteur pour déplacer la capsule « texture » :

- du poste d'insertion (position 0) jusqu'au poste d'identification (position 1) ;
- du poste d'identification (position 1) jusqu'au poste de vidage (position 2).

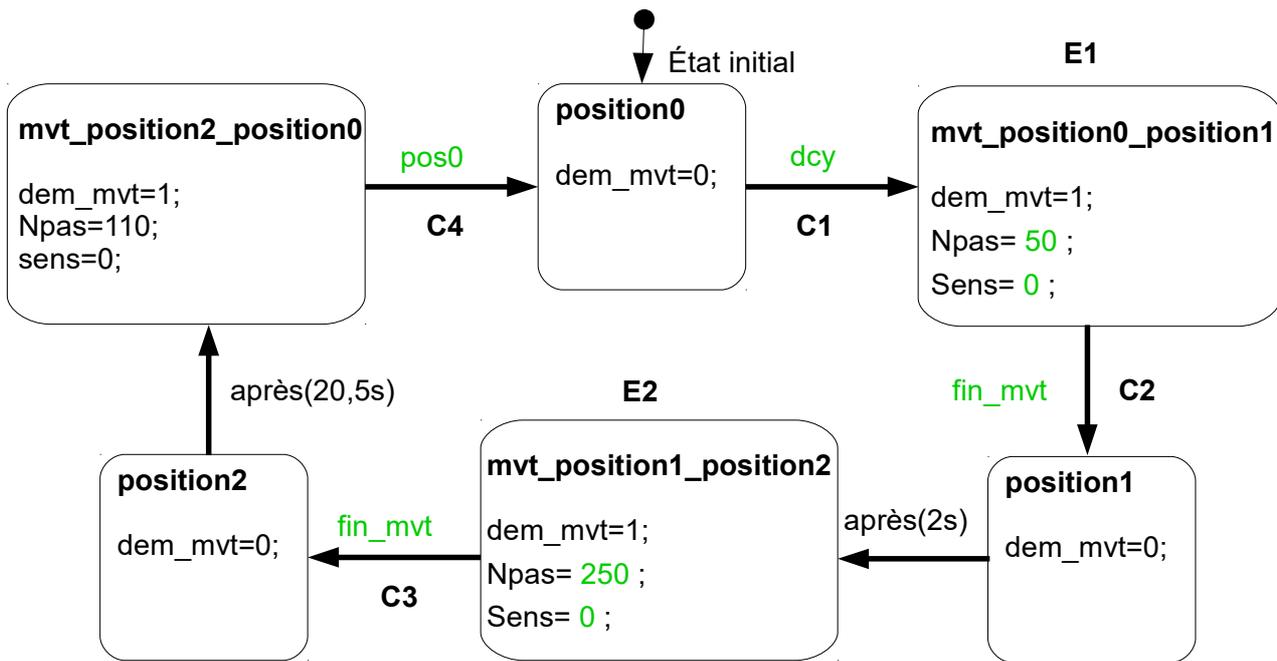
Le moteur pas à pas effectue 400 pas par tour d'après le DT1.

Nombre de pas de la position 0 à la position 1 : $45 \times \frac{400}{360} = 50$ pas

Nombre de pas de la position 1 à la position 2 : $225 \times \frac{400}{360} = 250$ pas

Q6. À partir des éléments du DT3 et des résultats précédents, **compléter** le graphe d'états de la fonction « positionner capsule texture » du document réponse DR1 avec :

- pour les états repérés par les lettres numérotées E1 et E2 le nombre de pas N_{pas} à effectuer par le moteur et le sens de rotation du plateau ;
- les conditions des transitions repérés par les lettres numérotées C1 à C4.



Q7. Compléter le tableau du document réponse DR1 en indiquant les positions circulaires à partir des essais figure 5 et 6. **Préciser** pour ces deux cas, si la capsule est positionnée sur les postes d'identification et de vidage avec la précision imposée par le cahier des charges.

Fréquence de rotation du plateau rotatif (en tr·min ⁻¹)	Positionnement circulaire de la capsule texture (en mm)			
	Position 0 (initiale)	Position 1	Position 2	Position 0 (un tour)
67	0	25,5	153	204
103	0	25,5	153	204
104	0	23,5	149	204
106	0	21,5	133	204

Positions demandées :

- Position 1, $\frac{\pi}{4} \times \frac{\varphi_{\text{plateau}}}{2} \approx 25,52$ mm
- Position 2, $\frac{3\pi}{2} \times \frac{\varphi_{\text{plateau}}}{2} \approx 153,9$ mm

Pour le cas N= 67 tr·min⁻¹, les positions atteintes correspondent aux positions demandées. La précision est donc bonne.

Pour le cas N= 106 tr·min⁻¹, les positions atteintes ne correspondent pas aux positions demandées. Les écarts entre les positions demandées et atteintes dépassent le niveau de

précision du cahier des charges (FS13)

Simulation et validation de la fonction « déplacer une capsule »

Q8. À partir du tableau du document réponse DR1, **indiquer** la vitesse de rotation maximale du plateau rotatif assurant la précision de positionnement.

La vitesse de rotation maximale permettant d'assurer la précision de positionnement est de $103 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1} = 10,8 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ce qui est supérieur à la valeur du cahier des charges.

3. Identification de la capsule

Objectif de cette partie : Valider la fonction « identifier une capsule ».

Q9. **Vérifier** que le code défini précédemment permet d'identifier le nombre de capsules fixé par le cahier des charges.

Le nombre de capsules à identifier est de 90. comme indiqué dans le cahier des charges figure 3.

Il est donc nécessaire d'avoir deux caractères, correspondants aux deux chiffres, ce qui est bien le cas ici.

Q10. **Déterminer** le nombre de bits de la trame caractérisant la capsule.

La trame est composée de 15 caractères, codé chacun sur 8 bits.

Il y a donc $15 \times 8 = 120$ bits.

Q11. **Déterminer** le nombre de caractères supplémentaires qu'il est possible d'ajouter au code de la capsule en gardant le même modèle de QR code. **En déduire** le nombre maximal de capsules pouvant être référencées.

Le QR code choisi permet d'avoir une trame de 128 bits. Il est donc possible d'ajouter un caractère, codé sur 8 bits, aux 120 bits déterminés précédemment.

Le nombre maximal de capsules pouvant être référencées est de 1 000.

4. Chauffage de la capsule « texture »

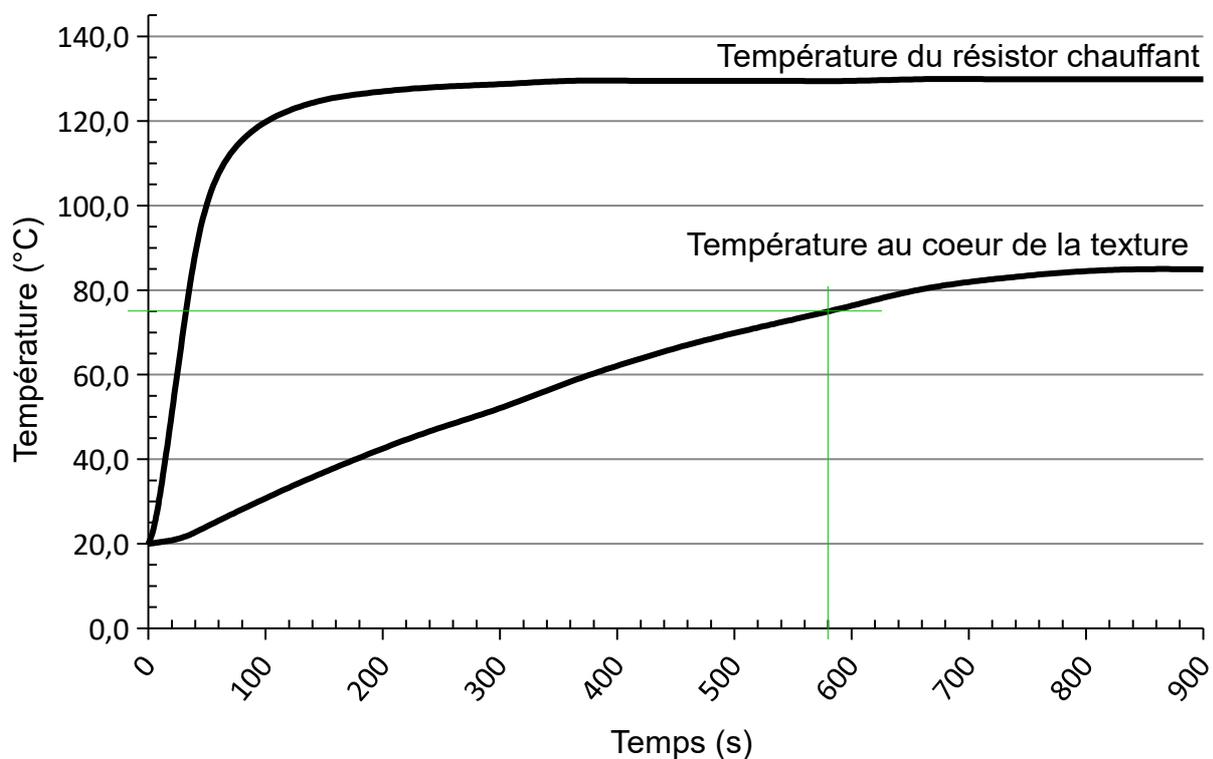
Objectif de cette partie : Valider la fonction « chauffer la capsule texture ».

Validation de la durée de chauffe par le modèle de connaissance

Q12. Calculer la durée de chauffe nécessaire pour que la texture atteigne la température de 75°C.

$$\Delta t_c = \frac{\rho \cdot V \cdot C_p \cdot \Delta T}{P} = \frac{1200 \cdot 12,5 \times 10^{-6} \cdot 1400 \cdot (75 - 20)}{30} = 38,5 \text{ s}$$

Q13. Calculer et justifier l'écart entre les durées de chauffe mesurée et calculée permettant d'obtenir une température au cœur de la texture de 75°C.



La durée de chauffe mesurée sur la figure 9 est de $t_{\text{exp}(75^\circ)} = 580 \text{ s}$ 9 min 40 s.
L'écart entre la durée de chauffe mesurée et la durée de chauffe calculée est de $580 - 38,5 = 541,5 \text{ s}$

Le résultat expérimental est d'un ordre de grandeur supérieur au résultat donné par le modèle de connaissance. Celui-ci n'est pas valide.

Dans la relation du modèle de connaissance, les pertes thermiques ne sont pas prises en compte (étanchéité thermique parfaite). Par ailleurs, la relation du modèle de connaissance donne une durée pour une température moyenne. En réalité, si la température à cœur est à 75°C (point le moins chaud), la température moyenne est plus

élevée.

Q14. Comparer la durée de chauffe mesurée avec celle indiquée dans le cahier des charges (figure 3) et **conclure**.

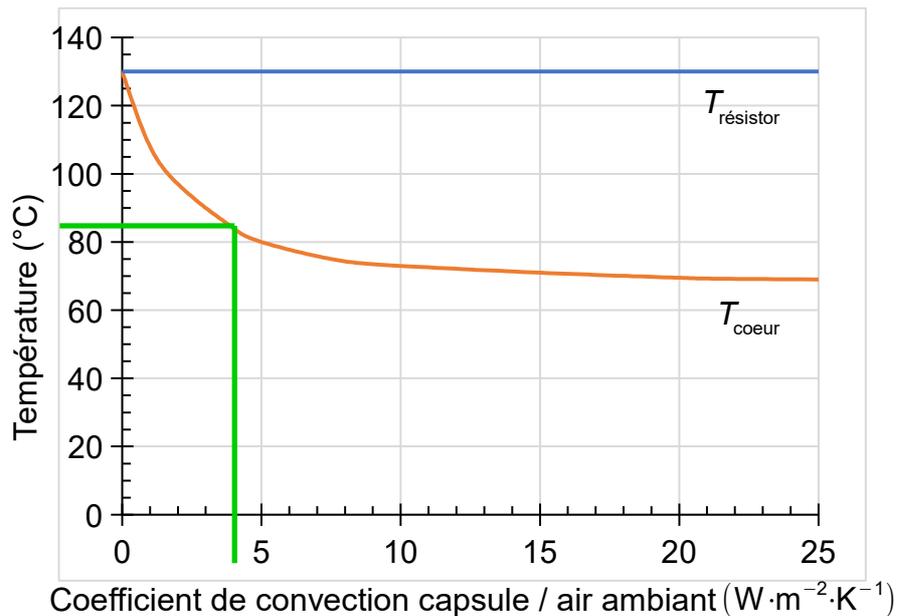
$$t_{\text{exp}(75^\circ)} = 9 \text{ min } 40 \text{ s} > t_{\text{cdf}} = 7 \text{ min}$$

La puissance de chauffe de 30 W permet bien de chauffer la texture à la température souhaitée mais la durée de chauffe n'est pas respectée (trop importante). Il faut donc changer la puissance de chauffe.

Q15. Sous forme de tableau, et pour chacun des transferts numérotés de 1 à 4 sur le modèle multi-physique, **préciser** s'il s'agit d'un transfert par conduction ou par convection. **Indiquer**, à chaque fois la ou les surfaces d'échange associées (surfaces définies figure 11).

Transfert	Type	Surfaces
1	conduction	S2
2	conduction	S4 et S5
3	convection	S3 et S6
4	convection	S1

Q16. À partir des figures 9 et 12, **indiquer** la valeur du coefficient de convection capsule / air ambiant à renseigner dans le modèle pour que l'on obtienne par simulation une température à cœur à l'état stationnaire identique à celle mesurée.



D'après le résultat expérimental, la capsule atteint une température à cœur de 85°C à l'état stabilisé.

La valeur de convection la plus proche de la machine (essai expérimental dans les conditions) est de : 4 W.m².K⁻¹.

Q17. À partir des résultats de la simulation (figure 13), **déterminer** la puissance de chauffe minimale du résistor. **Justifier** la réponse.

Seuls les résistors de 40W et 45 W permettent d'atteindre la température à cœur de 75°C en moins de 7 minutes (CdC) :

- 76° au bout de 7 min pour le résistor 40 W.
- 83°C au bout de 7 min pour le résistor 45 W.

La puissance de chauffe minimal est de 40W.

Vérification du choix du matériau de la capsule

Q18. À partir du tableau des propriétés thermiques des thermoplastiques du document technique DT4, **déterminer** la puissance de chauffe du résistor permettant l'utilisation d'enveloppes en PET. **Choisir** le résistor qui respecte le cahier des charges relatif à la fonction « chauffer une texture ».

D'après le DT4, la température à ne pas dépasser sur des durées inférieures à 10 minutes pour le PET est de 170°C.

Pour le résistor 40 W : $T_{\text{résistor_fin}} = 163^{\circ}\text{C} < 170^{\circ}\text{C}$ donc conforme.

Pour le résistor 45 W : $T_{\text{résistor_fin}} = 181^{\circ}\text{C} < 170^{\circ}\text{C}$ donc non conforme.

Seul le résistor 40 W permet de répondre au cahier des charges : durée de chauffe inférieure à 7 minutes sans dégradation de la capsule (due à une chauffe trop importante).

5. Vidage de la capsule « texture »

Objectif de cette partie : Valider la fonction « vider la capsule texture ».

Détermination de l'effort de poussée maximal

Q19. À partir des critères de la fonction « vider la capsule », définis dans le cahier des charges (figure 3), **justifier** le choix de la vitesse d'essai lors de l'expérimentation.

La valeur de vitesse choisie se justifie en raison des valeurs du cahier des charges (course = 22mm et durée = 10 s).

$$V = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{22}{10} = 2,2 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1} = 132 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$$

La vitesse d'essai correspond bien à la durée et à la course choisies.

Q20. À partir des résultats de l'essai de compression (figure 18) :

- **indiquer**, pour chacune des trois phases de la courbe, l'opération réalisée et l'intervalle de déplacement correspondant ;
- **indiquer** la valeur de poussée maximale que doit exercer le vérin sur la capsule.

Les 3 phases de la courbe sont :

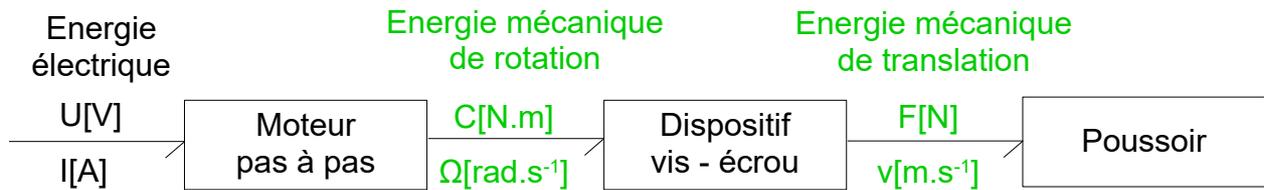
- Phase d'approche (de 0 à 2 mm) : phase où la machine de traction s'approche du piston de la capsule jusqu'à arriver à son contact.
- Phase de perforation de l'opercule (de 2 à 3mm) : phase où, sous la poussée de la machine de traction, le perforateur perce l'opercule de la capsule (déformation de celui-ci jusqu'à rupture).
- Phase de vidage (de 3 à 22 mm) : phase où le fluide contenu dans la capsule est refoulé de celle-ci.

Effort de poussée maximal = 210 N (lors de la perforation de la capsule).

Validation de la chaîne de transmission retenue

Q21. Sur le document réponse DR2, **compléter** la chaîne de transmission de la fonction « vider une capsule » en indiquant la nature des énergies et les

grandeurs d'efforts et de flux avec leurs unités.



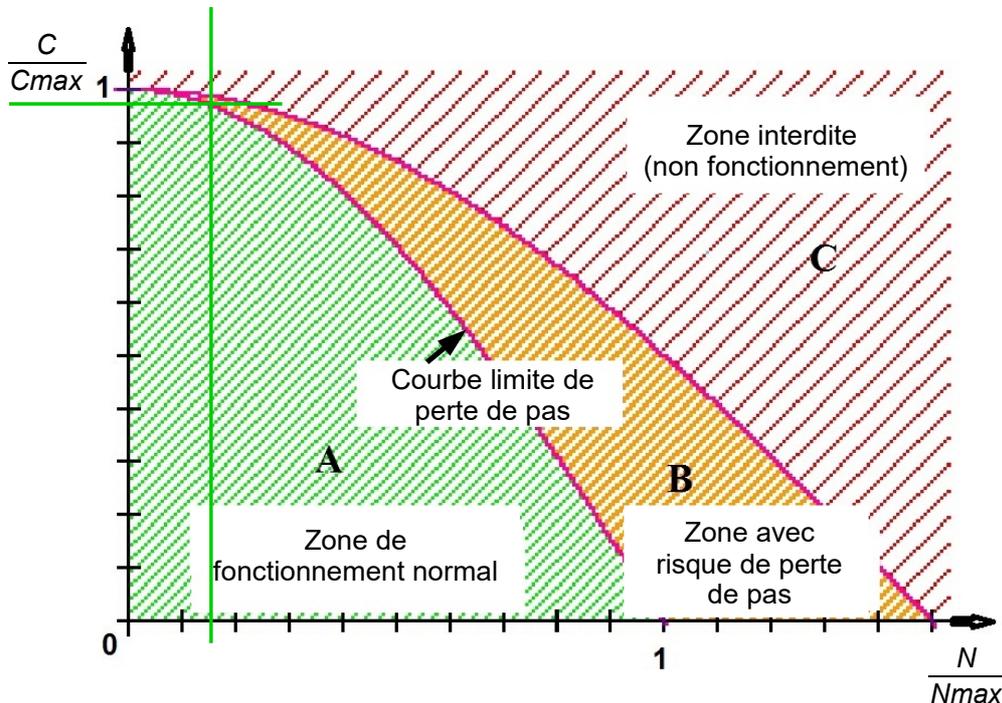
Q22. À partir des caractéristiques de la chaîne de transmission, **calculer** la vitesse de rotation N , en $tr \cdot min^{-1}$, du moteur permettant d'obtenir la vitesse d'essai souhaitée.

Le pas de la vis est de 2 mm.

$$N = \frac{132}{2} = 66 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$$

Q23. À l'aide des informations données figure 19, **réaliser** le tracé sur le document réponse DR2 qui permet de déterminer le couple moteur limite du moteur pas à pas C_{limite} . **Indiquer** la valeur du couple moteur limite obtenue.

Le rapport $\frac{N}{N_{max}}$ vaut $\frac{N}{N_{max}} = \frac{66}{400} = 0,165$



Sur la courbe limite du DR2, on obtient $\frac{C_{limite}}{C_{max}} \approx 0,96$, soit $C_{limite} = 0,96 \times 114 \approx 109 \text{ N} \cdot \text{mm}$

Q24. À partir des caractéristiques de la chaîne de transmission (figure 19), **calculer** l'effort limite de poussée que peut fournir le dispositif « vider une

capsule ». **Comparer** ce résultat avec la valeur obtenue expérimentalement et **conclure** la capacité du vérin à percer et à vider la capsule.

$$F_{\text{limite}} = \frac{C_{\text{limite}}}{\frac{2 \cdot \pi}{\rho}} \cdot \eta = \frac{109}{\frac{2 \cdot \pi}{2}} \cdot 0,75 \approx 256 \text{ N}$$

L'effort de poussée produit par le vérin est donc suffisant pour percer l'opercule et vider la capsule de son contenu, puisque l'effort maximal obtenu expérimentalement est de 210 N.

Vérification des déplacements engendrés par déformation lors du vidage

Q25. À partir des résultats de la simulation (figure 21), **vérifier** le bon fonctionnement du dispositif.

$$\Delta y_{260} = 4,95 - 4 = 0,95 \text{ mm} > 0,5 \text{ mm.}$$

La variation de distance est donc supérieure à ce qui est tolérée.

Validation de l'amélioration envisagée

Q26. Dans les conditions de poussée maximale, **calculer** l'effort maximal $\|\vec{F}_{bmax}\|$ exercé par le plateau rotatif sur la butée en nylon en appliquant le théorème des moments au plateau rotatif, autour de l'axe (O, \vec{z}) .

Théorème des moments en O : $\sum \vec{M}_{O, \vec{F}_{ext} \rightarrow \text{plateau}} = \vec{0}$

$$\vec{M}_{O, \vec{F}_{bmax}} + \vec{M}_{O, \vec{F}_p} + \vec{C}_R = \vec{0}$$

$$\text{sur } \vec{z} : - \|\vec{F}_{bmax}\| \cdot 0,045 + \|\vec{F}_p\| \cdot 0,0325 - \|\vec{C}_R\| = 0$$

$$\text{d'où : } \|\vec{F}_{bmax}\| = \frac{260 \cdot 0,0325 - 4,69}{0,045} \approx 83,6 \text{ N}$$

Q27. **Préciser** le type de sollicitation subie par la butée lors du vidage d'une capsule.

Lors du vidage, la butée cylindrique en nylon subit de la **compression**.

Q28. À partir des propriétés mécaniques du nylon (figure 24) :

- **vérifier** et **justifier** que la butée ne subit pas de déformation irréversible ;
- **calculer** la variation de hauteur de la butée.

Conclure vis à vis de la variation de distance Δy tolérée entre le plateau et l'équerre.

$$\sigma = \frac{N}{S} = \frac{83,6}{\frac{\pi \times 4^2}{4}} \approx 6,7 \text{ MPa} < R_e \text{ donc } \mathbf{\text{pas de déformation irréversible.}}$$

$$\sigma = \frac{N}{S} = E \cdot \epsilon = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\Delta l = \frac{N \cdot l_0}{E \cdot S} = \frac{83,6 \times 3,6}{1000 \times \frac{\pi \times 4^2}{4}} \approx 0,024 \text{ mm}$$

Conclusion :

Lors du vidage, la variation de la distance entre le plateau (en appui sur la butée et avec un effort maximal de poussée de 260 N) et l'équerre est donc :

$$\Delta y = 0,4 + 0,024 = \mathbf{0,424 \text{ mm} < 0,5 \text{ mm}}$$

La variation est inférieure à la valeur tolérée. La solution est donc validée.

6. Conclusion sur la problématique du sujet

Objectif de cette partie : proposer une synthèse de l'étude réalisée

Q29. Parmi les fonctions de service étudiées précédemment **indiquer** celles qui sont validées et celles qui ne le sont pas.

Du cahier des charges donné page 3, les fonctions de service suivantes ont été validées :

- FS11, identifier une capsule, le nombre de capsules identifiables a été validé ;
- FS12, chauffer la capsule texture, le résistor chauffant a été choisi et validé pour obtenir la température à cœur de 75°C en un temps inférieur à 7min ;
- FS13, déplacer une capsule, le moteur choisi et sa commande ont été validés pour la vitesse angulaire et la précision de positionnement ;
- FS14, vider une capsule, l'effort de poussée du vérin a été validé, à durée et course de guidage imposés.