

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2019

## MATHÉMATIQUES

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU MANAGEMENT ET DE LA GESTION  
STMG

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures** — COEFFICIENT : 3

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Chaque candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'elle ou il aura développée. Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.

**Les pages 6 et 7 composent l'annexe, à rendre avec la copie.**

Dès que le sujet lui est remis, la candidate ou le candidat doit s'assurer qu'il est complet.

## Exercice 1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Pour chaque question, indiquer, sur la copie, le numéro de la question et la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

La réponse correcte à chacune des questions 1 et 2 rapporte un point et la réponse correcte à la question 3 rapporte 2 points.

Une réponse incorrecte, multiple ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Un zoologiste étudie l'évolution de la population d'une espèce animale dans un secteur géographique délimité. Il a observé depuis 2010 que cette population diminue chaque année en moyenne de 5 %.

Le 1<sup>er</sup> mars 2018, la population compte 2375 individus.

Le zoologiste émet l'hypothèse que cette baisse annuelle de 5 % va se poursuivre jusqu'en 2025.

1. Le nombre d'individus de la population au 1<sup>er</sup> mars 2022 est estimé, à la dizaine près, à :

- a. 1 840                      b. 1 930                      c. 2 040                      d. 2 890

2. Le nombre d'individus au 1<sup>er</sup> mars 2017 était de :

- a. 2 300                      b. 2 400                      c. 2 500                      d. 2 600

3. Le zoologiste souhaite connaître l'année à partir de laquelle la population aura diminué de plus de 25 % par rapport à sa valeur de 2018.

Parmi les quatre algorithmes suivants, celui pour lequel le contenu de la variable  $n$  fournit, après exécution, l'information souhaitée est :

a.

```
n ← 2018
v ← 2375
Tant que v ≥ 0,75 × v
  v ← v - 0,05v
  n ← n + 1
Fin Tant que
```

b.

```
n ← 2018
v ← 2375
Tant que v ≥ 0,75 × 2375
  v ← 0,95v
  n ← n + 1
Fin Tant que
```

c.

```
n ← 2018
v ← 2375
Tant que v ≤ 0,75 × 2375
  v ← 0,95v
  n ← n + 1
Fin Tant que
```

d.

```
n ← 2018
v ← 2375
Tant que v ≥ 0,75 × 2375
  v ← v - 0,05
  n ← n + 1
Fin Tant que
```

## Exercice 2 (5 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

Une entreprise artisanale fabrique des tablettes de chocolat pâtissier pesant en moyenne 200 grammes. Pour être commercialisable, une tablette doit peser entre 198 et 202 grammes. Un contrôle de masse est effectué sur les tablettes fabriquées. Celles qui ne sont pas commercialisables sont alors refondues.

### PARTIE A

On modélise la masse d'une tablette (exprimée en gramme) par une variable aléatoire  $X$  qui suit une loi normale d'espérance  $\mu = 200$ .

On sait que  $P(198 \leq X \leq 200) = 0,34$ .

Calculer la probabilité qu'une tablette soit commercialisable.

### PARTIE B

Afin d'améliorer la proportion de tablettes de chocolat commercialisables, le fabricant met en place une nouvelle chaîne de production.

L'ancienne chaîne ne prend désormais en charge que 40 % de la production totale.

À l'issue de la fabrication, un nouveau contrôle de masse est effectué.

- Parmi les tablettes produites par l'ancienne chaîne, 68 % sont commercialisables.
- Parmi les tablettes produites par la nouvelle chaîne, 90 % sont commercialisables.

On choisit, de façon équiprobable, une tablette dans l'ensemble de la production.

On note :

$A$  l'événement : « la tablette choisie est produite par l'ancienne chaîne » ;

$N$  l'événement : « la tablette choisie est produite par la nouvelle chaîne » ;

$C$  l'événement : « la tablette choisie est commercialisable ».

1. Compléter l'arbre pondéré donné en **annexe, à rendre avec la copie**.
2. Calculer la probabilité que la tablette choisie provienne de l'ancienne chaîne et soit commercialisable.
3. Peut-on affirmer qu'au moins 80 % de la production totale de tablettes est commercialisable ?  
Expliciter la démarche utilisée.

### Exercice 3 (6 points)

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, donne l'évolution de la fréquentation annuelle d'un parc de loisirs entre 2010 et 2017.

La plage de cellules C4:I4 est au **format pourcentage, arrondi au centième**.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
2	Rang de l'année : $x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
3	Nombre de visiteurs : $y_i$ (en million)	1,47	1,49	1,60	1,74	1,91	2,10	2,20	2,26
4	Taux d'évolution annuel		1,36 %						

#### Partie A

1. Donner une formule qui, saisie dans la cellule C4, permet d'obtenir par recopie vers la droite les taux d'évolution annuels successifs de la ligne 4.
2. Calculer, au centième près, le taux d'évolution global du nombre de visiteurs du parc entre les années 2012 et 2015.
3. Calculer le taux d'évolution annuel moyen du nombre de visiteurs du parc entre 2012 et 2015. On donnera le résultat en pourcentage et arrondi au dixième.

#### Partie B

On considère le nuage des points dont les coordonnées  $(x_i; y_i)$  figurent dans le tableau, de 2010 à 2017.

1. Pour ce nuage de points, donner une équation de la droite d'ajustement de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au millième.

Pour la suite de l'exercice, on prendra comme droite d'ajustement la droite d'équation :

$$y = 0,13x + 1,40$$

2. Donner, à l'aide de cet ajustement, une estimation du nombre de visiteurs du parc de loisirs pour l'année 2019.
3. Grâce à ce modèle, estimer l'année à partir de laquelle la fréquentation annuelle atteindra au moins 2 750 000 visiteurs.  
Présenter la démarche utilisée.

### Exercice 4 (5 points)

Une entreprise fabrique un engrais biologique liquide.

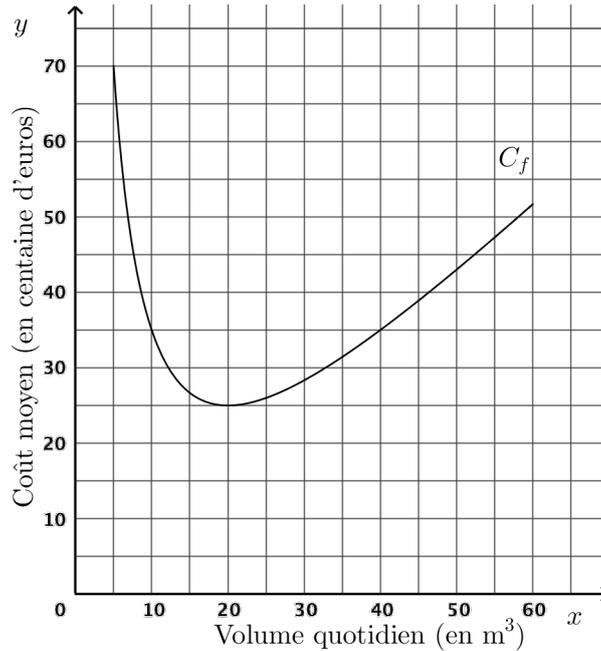
Chaque jour, le volume d'engrais liquide fabriqué est compris entre  $5 \text{ m}^3$  et  $60 \text{ m}^3$ .

Le coût moyen quotidien de production (exprimé en centaine d'euros) de cet engrais est modélisé par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[5 ; 60]$  par :

$$f(x) = x - 15 + \frac{400}{x}$$

où  $x$  est le volume quotidien d'engrais fabriqué, exprimé en  $\text{m}^3$ .

La représentation graphique  $C_f$  de la fonction  $f$  est donnée dans le repère ci-dessous :



### PARTIE A

1. Quel est le coût moyen quotidien pour la production de  $50 \text{ m}^3$  d'engrais ?
2. Quels volumes d'engrais faut-il fabriquer pour avoir un coût moyen quotidien de production inférieur ou égal à  $3500 \text{ €}$  ?

### Partie B

On admet que la fonction  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $[5 ; 60]$ . On note  $f'$  sa fonction dérivée.

1. Montrer que, pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[5 ; 60]$ ,  $f'(x) = \frac{x^2 - 400}{x^2}$ .
2. Étudier le signe de  $x^2 - 400$ , pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[5 ; 60]$ .
3. En déduire les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[5 ; 60]$ .
4. Pour quel volume d'engrais fabriqué le coût moyen quotidien de production est-il minimal ? Quel est ce coût moyen minimal ?

ANNEXE  
À rendre avec la copie

Exercice 2

