

Baccalauréat général

Session 2021 – Amérique du Nord

Épreuve de Physique-Chimie

Sujet de spécialité — Proposition de corrigé

Sujet 1

Ce corrigé est composé de 11 pages.

Exercice 1 — Le lancer de gerbe de paille

A. Étude du lancer

A.1. On cherche les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération du point M, centre de masse de la gerbe de paille.

Le système, à savoir la gerbe de paille de masse m , est supposé ponctuel. Nous étudions son mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

L'action de l'air étant négligée, l'unique force s'exerçant sur le système est son poids, de valeur $m\vec{g} = -mg\vec{u}_y$.

On a donc, d'après la loi de quantité de mouvement :

$$m\vec{a} = m\vec{g} = -mg\vec{u}_y$$

Et la masse étant constante sur la durée du mouvement, il vient :

$$\vec{a} = -g\vec{u}_y$$

Ou, en projetant sur les axes \vec{u}_x et \vec{u}_y :

$$\boxed{\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}} \quad (1.1)$$

A.2. On cherche désormais les équations horaires du mouvement du point M.

On exploite alors les coordonnées (1.1), que l'on commence par intégrer. On obtient les coordonnées du vecteur vitesse, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \cos \alpha \vec{u}_x + v_0 \sin \alpha \vec{u}_y$:

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases} \quad (1.2)$$

Et finalement, en intégrant (1.2) et avec les conditions initiales $x_0 = 0$ et $y_0 = H$, il vient les équations horaires du mouvement du point M :

$$\boxed{\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t + H \end{cases}} \quad (1.3)$$

A.3. On souhaite obtenir l'expression $y(x)$ de la trajectoire. Pour cela, on commence par exprimer t en fonction de x en utilisant (1.3). Il vient :

$$x(t) = v_0 t \cos \alpha \implies t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

Et en injectant dans l'expression de y , on obtient :

$$\begin{aligned} y(x) &= -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \sin \alpha \times \frac{x}{v_0 \cos \alpha} + H \\ &= -\frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + H \end{aligned}$$

Donc finalement, on a l'expression de la trajectoire :

$$\boxed{y(x) = -\frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha + H} \quad (1.4)$$

- A.4.** On souhaite savoir si la gerbe de paille va franchir la barre horizontale. En d'autres termes, on veut savoir si cette dernière, à la distance D du lanceur, atteint une hauteur $y(D) > H = 5,40$ m.

Avec (1.4), on calcule

$$y(D) = -\frac{9,81 \times 2,0^2}{2 \times 9^2 \times (\cos(80))^2} + 2,0 \times \tan(80) + 2,80 = \underline{6,10 \text{ m} > H}$$

La gerbe de paille franchira donc bien, *a priori*, la barre horizontale.

- A.5.** On a, au point M_0 , les énergies cinétique :

$$E_{c,0} = \frac{1}{2}mv_0^2 = 0,5 \times 7,257 \times 81 = \underline{293,9 \text{ J}}$$

et potentielle de pesanteur :

$$E_{pp,0} = mgH = 7,257 \times 9,81 \times 2,80 = \underline{199,3 \text{ J}}$$

- A.6.** Si on néglige l'action de l'air, l'énergie mécanique se conserve. Autrement dit, elle est constante donc n'admet ni minimum ni maximum. Ce qui signifie que la proposition I est fausse.

De plus, de la conservation de l'énergie mécanique, on peut tirer que pour une même altitude, à deux instants différents, la gerbe de paille aura la même vitesse. Donc la proposition III est fausse.

Finalement, au point M_1 marquant le sommet de la trajectoire de la gerbe de paille, la composante verticale de la vitesse est nulle, mais la composante horizontale n'est pas nulle, donc l'énergie cinétique n'est pas nulle. La proposition II est fausse.

- A.7.** Au contraire, si on considère l'action de l'air, qui ralentira la gerbe dans son mouvement, les conclusions changent. En effet, en présence d'une force dissipative (les frottements de l'air), l'énergie mécanique ne se conservera pas. La proposition I devient donc vraie.

De plus, bien que la vitesse diminue plus rapidement sur la première phase du mouvement, la composante horizontale n'est toujours pas nulle au sommet de la trajectoire, *i.e.* le point M_1 . La proposition II reste donc fausse.

Enfin, l'action de l'air s'opposant à l'accélération, la gerbe de paille sera ralentie d'autant plus fort qu'elle aura une vitesse élevée. Sa vitesse au point M_2 ne sera donc plus égale à sa vitesse initiale. De ce fait, la proposition III devient vraie.

B. Le microphone de l'animateur

- B.1.** On a un circuit RC série pourvu d'une source idéale de tension de force électromotrice E .

On a donc, pour tout temps t , la loi des mailles :

$$E - u_R(t) - u_C(t) = 0 \quad (\mathcal{M})$$

- B.2.** On a, pour le condensateur : $i = C \frac{du_C}{dt}$. Et on a aussi, pour la résistance, la loi d'Ohm : $u_R = Ri$.

Il vient donc la relation :

$$u_R(t) = RC \frac{du_C}{dt}$$

Et finalement, en injectant dans la loi des mailles (\mathcal{M}), on obtient bien :

$$E - RC \frac{du_C}{dt} - u_C(t) = 0 \implies E = RC \frac{du_C}{dt} + u_C(t) \quad (\mathcal{E})$$

B.3. On nous donne alors trois propositions de fonctions, et on cherche par lecture graphique celle qui est solution de l'équation différentielle (\mathcal{E}).

Tout d'abord, la courbe donnée décrit une fonction concave. Ce qui implique nécessairement que la valeur dans l'exponentielle soit négative. Ce qui permet d'office d'exclure la fonction 1.

De plus, on remarque que la courbe donnée admet une limite finie en $+\infty$, et que cette limite est non nulle (et égale à 48 V par lecture graphique). Or, la fonction 2 a une limite nulle en $+\infty$, contrairement à la fonction 3 qui a pour limite E , c'est-à-dire 48 V.

Finalement, la fonction modélisant la charge du condensateur est la fonction 3.

B.4. En dérivant la fonction trouvée, il vient $\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{RC}e^{-t/RC}$. Et on remarque alors que :

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C(t) = Ee^{-t/RC} + E - Ee^{-t/RC} = E$$

La fonction 3 est donc bien solution de l'équation différentielle (\mathcal{E}). Et comme il s'agit d'un problème de Cauchy, cette solution est unique.

B.5. On cherche la distance entre les deux armatures du condensateur, lorsque le microphone ne capte pas de son. On commence donc par estimer la valeur de la capacité C du condensateur. Pour cela, on va procéder par lecture graphique. En effet, pour $t = 0$, le coefficient directeur τ de la tangente à la courbe vaut $\frac{du_C}{dt}(0) = \frac{1}{RC}$.

On mesure alors graphiquement $\tau = 200 \implies C = 0,05 \text{ nF}$.

Il vient donc finalement, en utilisant la formule fournie :

$$C = \varepsilon \frac{S}{d} \implies \boxed{d = \frac{\varepsilon S}{C}} = \frac{1,4 \times 10^{-15}}{5,0 \times 10^{-11}} = 2,8 \times 10^{-5} \text{ m} = 0,028 \text{ mm}$$

B.6. On a la relation entre la capacité C et la distance entre les armatures :

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

D'où, pour ε et S constantes, on remarque que C augmente lorsque d diminue.

C. L'enceinte

C.1. On a, pour l'intensité sonore I_1 et en exploitant la formule fournie, le niveau sonore :

$$\boxed{L_1 = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right)} = 10 \log \left(\frac{3,2 \times 10^{-3}}{1,0 \times 10^{-12}} \right) = \underline{95,1 \text{ dB}}$$

C.2. On remarque donc, en se référant au tableau qui nous est donné, qu'un tel niveau sonore ne peut être supporté que pendant 15 minutes par jour. Aussi, pour être utilisée par l'animateur, l'enceinte devrait être placée bien plus loin du public.

C.3. On a, à 1 mètre de l'enceinte, une intensité sonore I_1 . On calcule alors la puissance :

$$\boxed{P = 4\pi I_1 d_1^2} = 4\pi \times 3,2 \times 10^{-3} \times 1,0 = \underline{4,0 \times 10^{-2} \text{ W}}$$

La puissance calculée est donc bien celle indiquée.

C.4. On a montré précédemment que l'intensité sonore initialement choisie pour l'enceinte était bien trop grande, ce qui aurait risqué de provoquer des traumatismes irréversibles pour le public. Il est donc judicieux de la part des organisateurs de réduire l'intensité sonore de l'enceinte.

Avec cette nouvelle valeur, si on se place à un mètre de l'enceinte, on aura un niveau sonore $L_2 = 83 \text{ dB}$, ce qui convient bien pour une manifestation de 2 heures.

- C.5.** Les organisateurs ont choisi de mettre des barrières à 3 mètres de l'enceinte. À cette distance, l'intensité sonore sera de :

$$I_3 = \frac{4,0 \times 10^{-2}}{4\pi \times 9} = 3,5 \times 10^{-4} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

On peut donc aisément constater que cette valeur étant supérieure au seuil imposé par les organisateurs, ce qui signifie que les barrières doivent être placées à une distance plus grande de l'enceinte pour garantir la sécurité du public.

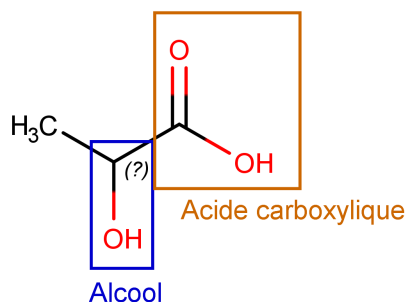
(NB : le niveau sonore reste malgré tout inférieur à 86 dB, donc cette distance pourrait suffire en termes de sécurité. Même si l'intensité sonore maximale est supérieure à celle imposée.)

(NB2 : Pour respecter la valeur maximale imposée, on trouve aisément qu'il faudrait placer les barrières à environ 4 mètres de l'enceinte.)

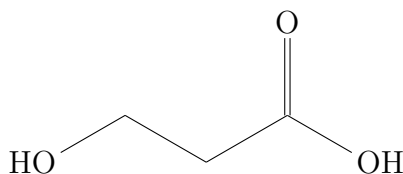
Exercice A — L'acide lactique et le lactate d'éthyle

A. L'acide lactique ou acide 2-hydroxypropanoïque

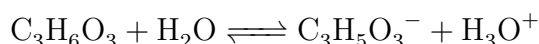
A.1. On identifie les groupes fonctionnels dans la molécule d'acide lactique :



A.2. On donne la formule topologique de l'isomère de position de l'acide lactique, à savoir l'acide 3-hydroxypropanoïque :



A.3. On a la réaction acido-basique entre l'acide lactique et l'eau :



On identifie alors facilement les couples acide/base mis en jeu, qui sont celui de l'eau $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$ et celui de l'acide lactique $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3/\text{C}_3\text{H}_5\text{O}_3^-$.

A.4. On peut alors, à partir de l'équation de réaction entre l'acide lactique et l'eau, donner la constante d'acidité du couple acide lactique / ion lactate en fonction des concentrations à l'équilibre :

$$K_A = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{C}_3\text{H}_5\text{O}_3^-]}{[\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3]c^\circ}$$

Or, en étudiant l'avancement de la réaction, on trouve que l'avancement à l'équilibre vaut $[\text{H}_3\text{O}^+]$. Il vient donc les égalités :

$$\begin{cases} [\text{C}_3\text{H}_5\text{O}_3^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] \\ [\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3] = C - [\text{H}_3\text{O}^+] \end{cases}$$

Alors en injectant dans l'expression de K_A , il vient :

$$K_A = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]^2}{(C - [\text{H}_3\text{O}^+])c^\circ} \quad (1)$$

A.5. La solution étudiée a un pH de 3,03. Or, on sait que $\text{pH} = -\log([\text{H}_3\text{O}^+])$. Il vient donc $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-3,03} = 9,33 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

A.6. On remarque, en étudiant le résultat précédent, que l'acide lactique n'a que très peu réagi avec l'eau. Ce qui signifie qu'il s'agit d'un acide faible.

- A.7.** Connaissant la concentration en ions oxonium à l'équilibre, on peut utiliser l'expression du K_A et le calculer :

$$K_A = \frac{(9,33 \times 10^{-4})^2}{(8,00 \times 10^{-3} - 9,33 \times 10^{-4})} = 1,23 \times 10^{-4}$$

Et il vient :

$$\text{pKa} = -\log(K_A) = 3,90$$

Ce qui est bien le pKa d'un acide faible.

- A.8.** Les valeurs utilisées sont toutes données avec 2 chiffres significatifs. On peut donc s'attendre à en avoir le même nombre pour le résultat final. Ce qui donne la valeur finale $\text{pKa}_m = 3,87 \pm 0,03$.

- A.9.** On a, pour une solution aqueuse d'acide lactique :

$$\text{pH} = \text{pKa} + \log\left(\frac{[\text{C}_3\text{H}_5\text{O}_3^-]}{[\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3]}\right)$$

Alors dans le cas particulier où la concentration en acide lactique est égale à la concentration en ion lactate, l'égalité précédente devient $\text{pH} = \text{pKa}$.

On pourra donc lire, sur le diagramme de distribution donné, la valeur du pKa comme étant le pH à l'intersection des deux courbes. En l'occurrence, par lecture graphique, celui-ci vaut $\text{pH} = \text{pKa}_{\text{ref}} = 3,9$.

- A.10.** On souhaite comparer le pKa mesuré au pKa des tables. On calcule donc pour cela l'écart relatif entre ces deux valeurs. Ce dernier vaut :

$$\varepsilon_r = \frac{\text{pKa}_m}{\text{pKa}_m + \text{pKa}_{\text{ref}}} = \frac{|3,87 - 3,90|}{3,90} = 0,8\%$$

L'écart relatif étant remarquablement faible, on en déduit que la valeur mesurée l'a été avec une bonne précision.

B. Estérification de l'acide lactique

- B.1.** On a la vitesse volumique d'apparition de l'ester :

$$v = \frac{0,2 - 0}{360 - 0} = 5,7 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

- B.2.** On remarque, en observant la courbe (b), que la concentration en ester augmente bien plus rapidement lors des premières minutes de la réaction. On se doute bien que la vitesse volumique d'apparition de l'ester sera plus importante que pour la courbe (a).

- B.3.** L'ajout de quelques gouttes d'acide sulfurique ayant comme conséquence d'accélérer la réaction, on en déduit que ce dernier joue le rôle de catalyseur.

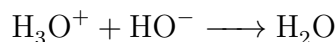
- B.4.** Un catalyseur a une action uniquement sur la vitesse d'une réaction. Autrement dit, la quantité d'ester formé doit, à l'état final, avoir la même valeur pour chacune des deux expériences. Or, au bout de 350 minutes, la quantité d'ester formée est loin des quantités formées lors de l'expérience (b). On déduit donc avec certitude que l'état final n'est nullement atteint au bout de 350 minutes pour l'expérience (a).

Exercice B — Un apport de magnésium

1. Pour effectuer la dilution de S_0 en un seul prélèvement de S_0 , il faudra utiliser la fiole jaugée de 50mL, et la pipette jaugée de 20mL.

En effet, on a $\frac{C_e}{C_0} = \frac{4 \times 10^{-2}}{1 \times 10^{-1}} = 0,4$ et en choisissant ces éléments de verrerie, on a également $\frac{20}{50} = 0,4$. Le facteur de dilution est donc bon, et on ne prélèvera qu'une seule fois dans S_0 .

2. On titre l'éluat, étant une solution d'ions oxonium, par de la soude. La réaction support du titrage est la suivante :



L'équivalence étant le moment pour lequel les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques.

3. On s'attend, par lecture graphique, à une équivalence pour une valeur de pH proche de 7. Or, le seul indicateur coloré ayant une zone de virage couvrant cette valeur est le BBT. Ce qui en fait celui à utiliser pour repérer l'équivalence.

4. On a, à l'équivalence :

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{HO}^-}$$

Il vient donc :

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = C_e V_e$$

D'où, $n_{\text{H}_3\text{O}^+} = 4,00 \times 10^{-2} \times 10 \times 10^{-3} = \underline{4,0 \times 10^{-4} \text{ mol}}$

5. On cherche le nombre de comprimés nécessaires pour qu'un adulte, que nous supposons d'une masse de 70 kilogrammes, ait un apport en magnésium de 6 mg de magnésium par kilogramme.

Il faut donc, dans un premier temps, déterminer la masse d'ions magnésium apportée par un seul comprimé, et donc pour cela calculer la concentration en ions magnésium dans la solution préparée avant passage sur la colonne de résine.

On pose les notations :

- n_H pour la quantité de matière en ions oxonium dans l'éluat ;
- n_R la quantité de matière en ions magnésium dans la solution mise au contact de la résine ;
- C_R la concentration en ions magnésium dans la solution S ;
- n_c la quantité de matière en ions magnésium dans un comprimé ;
- m_c la masse d'ions magnésium dans un comprimé ;
- N le nombre de comprimés à prendre par un homme présentant une carence en magnésium.

On a précédemment calculé $n_H = 4,0 \times 10^{-4} \text{ mol}$ d'ions oxonium dans l'éluat. Or, chaque ion magnésium libère dans la résine 2 ions oxonium. Il vient donc très logiquement $n_R = \frac{n_H}{2} = 2,0 \times 10^{-4} \text{ mol}$.

On a donc, dans la solution au contact de la résine,

$$C_R = \frac{n_R}{V_R} = \frac{2,0 \times 10^{-4}}{25 \times 10^{-3}} = 8,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Or, les ions magnésium présents dans la solution S ayant été intégralement apportés par le comprimé, on peut en déduire que ce dernier contient une quantité de matière

$$n_c = C_R V_S = 8,0 \times 10^{-3} \times 250 \times 10^{-3} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Ou, en masse :

$$m_c = n_c M(\text{Mg}) = 2,0 \times 10^{-3} \times 24,3 = \underline{48,6 \text{ mg}}$$

Chaque comprimé contient donc 48,6 mg de magnésium.

La masse de magnésium dans un seul comprimé ayant été calculée, il ne reste maintenant plus qu'à calculer le nombre de comprimés à prendre par un homme de $m = 70 \text{ kg}$ pour avoir un apport de $m_T = 6,0 \times 70 = 420 \text{ mg}$ de magnésium.

On calcule donc :

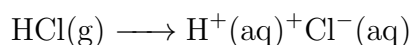
$$\boxed{N = \frac{m_T}{m_c}} = \frac{420}{48,6} = \underline{9 \text{ comprimés}}$$

Un homme de 70 kg ayant un gros déficit en magnésium devra donc prendre pas moins de 9 comprimés par jour pour avoir une masse de magnésium suffisante dans l'organisme ! Pour réduire le nombre de comprimés à prendre, il peut cependant agir sur son alimentation, en buvant par exemple une eau minérale riche en magnésium plutôt que l'eau du robinet.

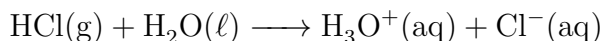
Exercice C — Décapage d'une pièce en aluminium

A. Préparation d'une solution d'acide chlorhydrique

A.1. Le chlorure d'hydrogène se dissout dans l'eau suivant l'équation de réaction :



Ou, en faisant apparaître l'eau :



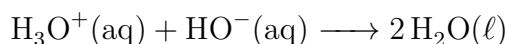
A.2. On considère que le chlorure d'hydrogène gazeux se comporte comme un gaz parfait. On a alors l'égalité :

$$PV = nRT \implies \boxed{C_s = \frac{n}{V} = \frac{P}{RT}}$$

D'où,

$$C_s = \frac{1013 \times 10^2}{8,314 \times (20 + 273,15)} = 41,56 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} = 4,16 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

A.3. On titre la solution ainsi préparée avec de la soude. La réaction support du titrage est la suivante :



Aussi, avant équivalence, la soude introduite est consommée, réagissant avec les ions oxonium. Le nombre d'ions en solution va alors diminuer, ce qui explique la décroissance de la conductivité molaire (première partie de la courbe). Puis, on continue d'ajouter de la soude, qui ne sera pas entièrement consommée et fera donc augmenter la conductivité de la solution (seconde partie de la courbe).

B. Décapage à l'acide chlorhydrique

B.1. On a la réaction correspondant au décapage de la pièce :



On remarque donc que dans cette réaction, l'aluminium solide réagit pour donner des ions aluminium (III). autrement dit, il s'oxyde. Nous sommes donc bien dans le cas d'une réaction d'oxydoréduction.

B.2. On souhaite décaper correctement la pièce d'aluminium, *i.e.* consommer 0,1 % de la masse d'aluminium. On nomme m_P la masse de la pièce, m_d la masse d'aluminium consommée lors du décapage (et n_d la quantité de matière d'aluminium) et n_0 la quantité de matière d'ions oxonium en début de réaction. On note ξ_m l'avancement maximal de cette réaction, que l'on suppose totale.

On souhaite donc avoir consommé, à l'état final, une masse d'aluminium $m_d = 10^{-3} \times m_P$ grammes d'aluminium. Ce qui correspond à une quantité de matière consommée :

$$n_d = \frac{m_P \times 10^{-3}}{M(\text{Al})}$$

En d'autres termes, on souhaite choisir la quantité d'ions oxonium mis à réagir pour avoir un avancement maximal $\xi_m = \frac{n_d}{2}$. Ce qui revient à faire réagir :

$$n_0 = 6\xi_m = \frac{3m_P \times 10^{-3}}{M(\text{Al})}$$

Ou encore, comme $C = n_0/V_0$, il faut une concentration en solution d'acide chlorhydrique

$$C = \frac{3m_P \times 10^{-3}}{M(\text{Al})V_0} = \frac{3 \times 350 \times 10^{-3}}{27,0 \times 1} = 3,9 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

D'où, il faut une concentration $C = 3,9 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ pour pouvoir décaper correctement la pièce.

- B.3.** La solution commerciale utilisée est à 23 % en masse d'acide chlorhydrique. Autrement dit, pour 100 grammes de solution on a 23 grammes de chlorure d'hydrogène. Ou, en exprimant en termes de volume, on a une concentration massique en HCl :

$$C_m = \frac{23\rho_{\text{sol}} \times 10^3}{100} = 264,5 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

Ce qui donne, en concentration molaire :

$$C = \frac{C_m}{M(\text{H}) + M(\text{Cl})} = \frac{264,5}{36,5} = 7,2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Donc finalement, la solution commerciale a une concentration $C = 7,2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ en acide chlorhydrique. Il faudra donc, pour décaper la pièce, la diluer $\frac{7,2}{3,9 \times 10^{-2}} = 185$ fois.

* *
*