

Baccalauréat général

Session 2021 – Métropole (candidats libres)

Épreuve de Spécialité Physique-Chimie

Sujet 2

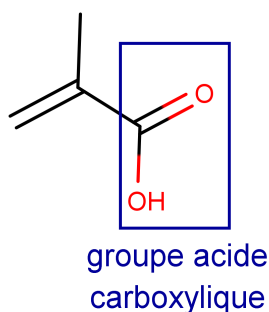
Proposition de corrigé

Ce corrigé est composé de 10 pages.

Exercice 1 — Vers la synthèse du plexiglas

1. Étude de l'acide méthacrylique

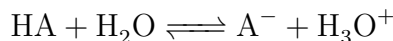
- 1.1. L'acide méthacrylique est corrosif et toxique. Il faut donc, pour le manipuler, porter une blouse, des gants et une paire de lunettes de protection. Il faut également, dans l'idéal, le manipuler dans une pièce suffisamment aérée (ou sous hotte).
- 1.2. On donne la formule topologique de l'acide méthacrylique et on indique son groupe caractéristique :



- 1.3. L'acide méthacrylique possède un atome d'hydrogène qu'il est susceptible de céder (celui porté par le groupe acide carboxylique). Il s'agit donc, dans le sens de Brønsted, d'un acide, dont le couple est :



- 1.4. On observe, dans l'eau, la réaction avec l'acide méthacrylique :



- 1.5. On peut alors exprimer la constante d'acidité du couple, qui correspond à la constante d'équilibre de cette réaction (on prend $c^\circ = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$) :

$$K_A = \frac{[\text{A}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{AH}]}$$

- 1.6. On cherche à calculer le pH d'une solution d'acide méthacrylique en connaissant la concentration initiale apportée. On commence par dresser un tableau d'avancement, avec $C_0 = c_m/M(\text{AH})$:

(mol · L ⁻¹)	HA	+	H ₂ O	$\rightleftharpoons$	A ⁻	+	H ₃ O ⁺
État initial	C_0		excès		0		0
Équilibre	$C_0 - x_m$		excès		x_m		x_m

On a donc, à l'équilibre :

$$K^\circ = K_A = \frac{x_m^2}{C_0 - x_m} \implies x_m^2 = (C_0 - x_m)K_A$$

Et finalement, il vient l'équation de degré 2 en x_m :

$$x_m^2 + K_A x_m - C_0 K_A = 0 \quad (\mathcal{E})$$

Et on trouve par le calcul (à la main ou à la machine) une unique solution positive, $x_m = 4,8 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

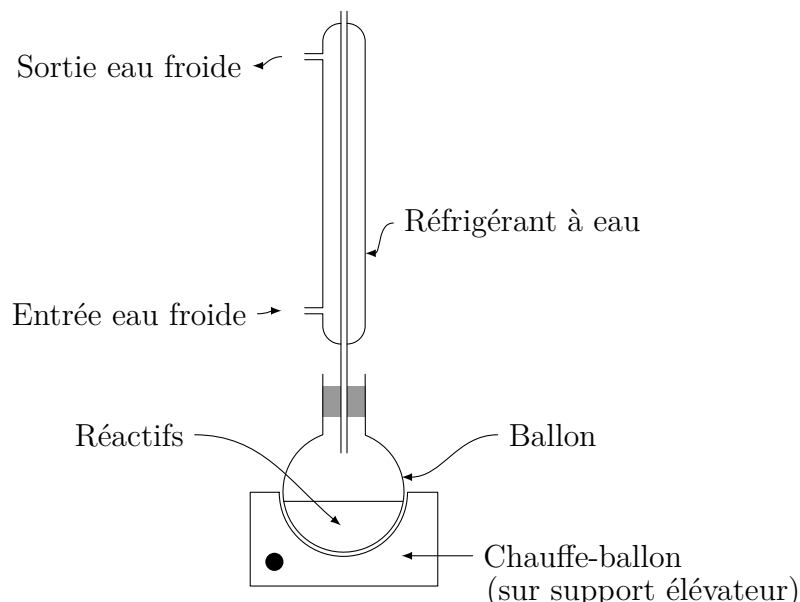
On a désormais tout ce qu'il nous faut pour calculer le pH de la solution :

$$pH = pK_a + \log \left(\frac{x_m}{C_0 - x_m} \right) = 4,7 + \log \left(\frac{4,8 \times 10^{-3}}{1,16 - 4,8 \times 10^{-3}} \right) = \underline{2,3}$$

On trouve alors bien, pour cette solution, $pH = 2,3$.

2. Synthèse du monomère : le méthacrylate de méthyle (MMA)

2.1. On utilise, pour la réaction d'estérification, un montage à reflux, qui est le suivant :



2.2. On donne l'équation de cette estérification :



2.3. Après réaction, on extrait par de l'éther. On observe alors deux phases : la phase organique, moins dense, contenant le MMA dans l'éther, située au-dessus et la phase aqueuse, plus dense, contenant le méthanol dans l'eau, située en-dessous.

2.4. L'étape c est une distillation fractionnée. Elle permet, en jouant sur les températures d'ébullition des constituants de la phase organique, de les séparer afin de récupérer le produit de réaction. Il est alors impératif de surveiller la température du milieu.

2.5. On a, d'une part, introduit

$$n_{a,i} = m/M(HA) = 10/86,1 = \underline{0,12 \text{ mol}}$$

d'acide méthacrylique. Mais on introduit aussi, d'autre part,

$$n_{m,i} = \frac{\rho V}{M(CH_3-OH)} = \frac{0,79 \times 35}{32,0} = \underline{0,86 \text{ mol}}$$

de méthanol.

2.6. On cherche la masse maximale de MMA qu'il est possible d'obtenir. On va alors dresser un bilan de matière.

On remarque, en étudiant l'équation de réaction, que chaque mole d'acide méthacrylique réagit avec une mole de méthanol. Il vient donc, des calculs précédents, une conclusion : le réactif limitant est l'acide méthacrylique. Et *de facto*, on a un avancement maximal $\xi_m = n_{a,i} = 0,12 \text{ mol}$.

Donc logiquement, la quantité de matière de MMA qu'il est théoriquement possible d'obtenir, considérant la réaction comme totale, est $n_{\text{MMA},th} = \xi_m = 0,12 \text{ mol}$.

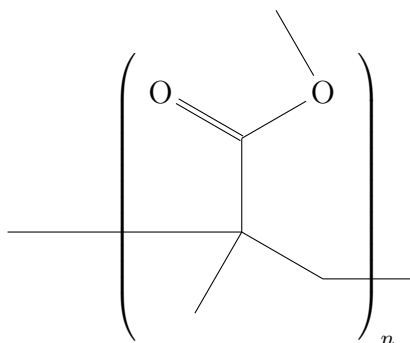
Finalement, cela correspondra à une masse maximal pouvant théoriquement être synthétisée :

$$m_{\text{MMA},th} = \xi_m \times M(\text{MMA}) = 0,12 \times 100,1 = \underline{12,0 \text{ g}}$$

- 2.7.** Lors de cette synthèse, on a optimisé la cinétique de réaction en catalysant l'estérification par l'acide sulfurique concentré, et on a optimisé le rendement en extrayant deux fois par l'éther. À noter également que le montage à reflux joue également sur la cinétique mais surtout sur la thermodynamique de réaction, et que pour améliorer le rendement en jouant sur l'équilibre il aurait été possible d'éliminer l'eau produite au cours de la réaction pour déplacer l'équilibre dans le sens de la formation d'ester.

3. Synthèse et propriétés du polymère : le polyméthacrylate de méthyle (PMMA)

- 3.1.** Le motif du polymère est le suivant :



- 3.2.** Le polymère est formé par réaction à partir de l'alcène. Aussi, lors de la formation du polymère, une liaison $\text{C}=\text{C}$ va disparaître, ce qui se verra en spectroscopie infrarouge (disparition de la bande entre 1620 et 1690 cm^{-1}).
- 3.3.** On cherche à déterminer le temps de demi-réaction. Il suffit donc de lire graphiquement le temps au bout duquel la concentration en MMA est égale à la moitié de la concentration initiale. En l'occurrence, on lit $t_{1/2} = 1,2 \text{ h}$.
- 3.4.** On a, par définition, la vitesse de disparition initiale v_p qui est donnée en fonction de la concentration par :

$$v_p(t=0) = -\frac{d[\text{MMA}]}{dt}(t=0)$$

Autrement dit, on cherche le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de v_p en $t=0$. Graphiquement, on lit $v_p(t=0) = \frac{518}{2,4} = \underline{216 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}}$. Ce qui est cohérent avec la valeur lue sur la figure 4.

- 3.5.** On remarque que la droite $v_p = f([\text{MMA}])$ est une droite passant par l'origine du repère. Autrement dit, elle a une équation de la forme $v_p([\text{MMA}]) = a[\text{MMA}]$ avec a une constante positive.

Et cette égalité correspond bien à une loi cinétique d'ordre 1.

Exercice A — Saut à l'élastique

1. On étudie le sauteur à l'élastique, que l'on suppose ponctuel de masse m constante, dans le référentiel $(\mathcal{R})$ terrestre supposé galiléen. L'homme étant en chute libre supposée uniquement verticale et sans frottements, la seule force s'exerçant sur lui est son poids $m\vec{g} = -mg\vec{u}_z$.

On applique alors au système la loi de quantité de mouvement :

$$m\vec{a} = m\vec{g}$$

Et la masse étant, comme dit précédemment, constante au cours du mouvement, il vient finalement :

$$\boxed{\vec{a} = -g\vec{u}_z} \quad (1)$$

2. On peut alors, en connaissant la condition initiale $v_z(t=0) = -v_0$, intégrer (1) après projection sur l'axe (Oz) :

$$v_z(t) = -gt - v_0 \quad (2)$$

Puis on intègre une seconde fois, en connaissant $z(t=0) = H$:

$$\boxed{z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0t + H} \quad (3)$$

3. On cherche à savoir si le résultat de modélisation est cohérent avec la réalité et l'expression (3) obtenue par le calcul.

Tout d'abord, la forme de l'équation obtenue avec le logiciel de pointage est bien physiquement cohérente : c'est un polynôme du second degré de la forme $-at^2 - bt + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}_+$).

De plus, le coefficient dominant de ce polynôme vaut $-4,9$. Or, on a bien $-\frac{1}{2}g = \frac{-9,81}{2} = -4,90$. Le polynôme obtenu avec le logiciel de modélisation est donc bien en accord avec l'équation établies par le calcul.

4. On cherche la date à laquelle l'élastique commence à se tendre. On cherche donc le temps t pour lequel $z(t) = 49,8 - 8,0 = 41,8$ m.

On cherche donc à résoudre, pour $t > 0$, l'équation :

$$-4,90t^2 - 1,10t + 49,8 = 41,8 \iff -4,90t^2 - 1,10t + 7,8 = 0$$

Et on trouve alors la solution positive $t = 1,2$ s.

5. Et le sauteur aura, à cet instant, une vitesse de norme $v_m = |-9,8 \times 1,2 - 1,10| = 12,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
6. Distance de sécurité.

- 6.1. Lors de la première phase du saut, la vitesse augmente et l'altitude diminue. Ce qui entraîne, pour les énergies, une augmentation de l'énergie cinétique et une diminution de l'énergie potentielle de pesanteur.

On peut alors conclure que la courbe B correspond à l'énergie potentielle de pesanteur, tandis que la courbe C représente l'énergie cinétique. Finalement, comme nous nous trouvons en l'absence de force non conservative, l'énergie mécanique se conserve est représentée par la courbe A.

- 6.2. Afin de compléter le tracé de la courbe A pour les phases 2 et 3, il manque les informations sur la nature de la force exercée par l'élastique sur le système étudié :

en effet, ce dernier va à certains moments s'opposer au mouvement, et donc il s'agira d'une force non conservative.

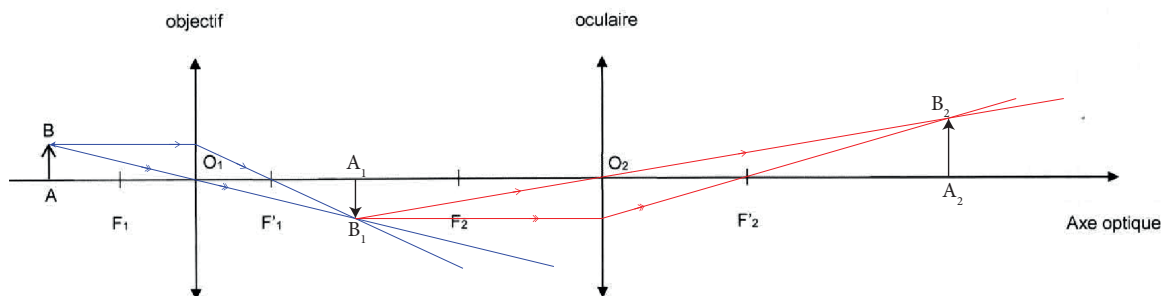
Finalement, il ne sera possible de compléter le tracé de la courbe A qu'à condition de connaître la valeur au cours du temps du travail de la force exercée par l'élastique sur l'homme (si on continue de négliger l'action de l'air).

- 6.3.** La distance maximale parcourue par le sauteur correspond à la différence $\Delta z = H - z_m$, avec z_m hauteur pour laquelle l'énergie potentielle de pesanteur est minimale. Graphiquement, on lit $E_{pp,\min} = 22000 \text{ J}$ et donc $z_m = \frac{22000}{80 \times 9,8} = 28 \text{ m}$. Finalement, la distance parcourue par le sauteur aura pour valeur $\Delta z = 49,8 - 28 = \underline{21,8 \text{ m}}$. Or, on a $\Delta L = 4 \times 8 = 32 \text{ m} < \Delta z$. Le sauteur peut donc s'élancer sans danger.

Exercice B — Mesures d'épaisseur

1. Mesure optique de l'épaisseur du film plastique

- 1.1. On construit l'image intermédiaire A_1B_1 puis l'image définitive A_2B_2 à travers l'oculaire :



- 1.2. L'image définitive A_2B_2 est donc, on le remarque, une image réelle d'un objet réel, qui a la particularité d'avoir été agrandie.
- 1.3. Si on souhaite observer l'objet sans accommoder, il faut s'arranger pour avoir une image définitive virtuelle à l'infini. Ce qui sera possible en jouant sur la distance entre l'objectif et l'oculaire pour avoir $A_1 \equiv F_2$. Dans ce cas là, l'image intermédiaire sera dans le plan focal objet de l'oculaire, et donc aura une image à l'infini.
- 1.4. On souhaite déterminer l'épaisseur du film plastique. Entre les deux mises au point, on a tourné la vis micrométrique de $145 - 124 = 21$ graduations. Ce qui correspond à un déplacement de $d = 21 \times 2 = 42 \mu\text{m}$.

Finalement, on a donc :

$$d = \frac{e}{n} \implies \boxed{e = dn} = 42 \times 10^{-6} \times 1,49 = 62,6 \mu\text{m}$$

L'épaisseur du film plastique vaut donc $e = 62,6 \mu\text{m}$. Ce qui est une valeur cohérente car située dans l'intervalle qui nous est donné.

2. Mesure capacitive de l'épaisseur du film plastique

- 2.1. Pour $t \geq 0$, on a la loi des mailles :

$$E - u_R - u_C = 0 \implies u_R + u_C = E \quad (\mathcal{M})$$

Mais on a aussi, d'une part la loi d'Ohm :

$$u_R = Ri$$

mais aussi la relation aux bornes du condensateur :

$$i = C \frac{du_C}{dt}$$

En injectant ces relations, l'équation $(\mathcal{M})$ devient :

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

Et finalement, en divisant par RC on obtient l'équation différentielle du premier ordre :

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}} \quad (\mathcal{E}_d)$$

2.2. On nous donne la solution générale de l'équation différentielle :

$$u_C(t) = Ae^{-t/\tau} + B$$

On a alors la constante $\tau = RC$ homogène à un temps. Mais on a aussi les conditions aux limites :

— Pour $t = 0$, on a $u_C(0) = A + B = 0 \implies A = -B$;

— Pour $t \rightarrow +\infty$, on a $u_C(\infty) = B = E$.

Alors de ces CL il vient finalement :

$$\begin{cases} B = E \\ A = -B = -E \end{cases}$$

La solution de l'équation ($\mathcal{E}_d$) peut alors s'écrire plus simplement :

$$u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

2.3. On peut lire, en premier lieu, la valeur de B comme étant la limite de u_C quand le temps devient infini (en langage du physicien, on prend donc $t \gg \tau$). Graphiquement, on lit donc $B = 6,2 \text{ V}$.

De plus, on sait que $\frac{du_C}{dt}(t=0) = A/\tau$. On peut donc tirer la valeur de τ de la pente de la tangente à la courbe représentative de u_C en $t = 0$. Et graphiquement, on mesure

$$\frac{du_C}{dt}(t=0) = \frac{7}{4,0 \times 10^{-5}} = 175000 \implies \tau = \frac{6,2}{175000} = 3,5 \times 10^{-5} \text{ s}$$

Le temps caractéristique vaut donc $\tau = 3,5 \times 10^{-5} \text{ s}$.

2.4. Comme $\tau = RC$, il vient :

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{3,5 \times 10^{-5}}{1 \times 10^4} = 3,5 \text{ nF}$$

La capacité du condensateur vaut donc $C = 3,5 \text{ nF}$.

2.5. Finalement, on nous donne l'expression de la capacité du condensateur en fonction de la surface des armatures et de l'épaisseur du film plastique :

$$C = 1,95 \times 10^{-11} \times \frac{S}{2e} \implies e = 1,95 \times 10^{-11} \times \frac{S}{2C} = 1,95 \times 10^{-11} \times \frac{(20 \times 10^{-2})^2}{2 \times 3,5 \times 10^{-9}}$$

La pochette plastique a donc une épaisseur $e = 111,4 \mu\text{m}$. Ce qui est bien situé dans l'intervalle d'épaisseur qui nous est donné.

Exercice C — Étude d'un film de savon

1. Le phénomène d'interférences

1.1. Les zones où les interférences sont constructives sont celles d'intensité lumineuse maximale. Au contraire, les interférences destructives sont les zones où l'intensité lumineuse est minimale (voire nulle).

1.2. Les interférences constructives sont celles pour lesquelles l'ordre d'interférence $p(\lambda, x)$ est un entier relatif. Contrairement aux interférences destructives qui sont observées pour $p(\lambda, x)$ égal à un demi-entier.

On calcule, au point M , l'ordre d'interférence :

$$p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{2ne - \frac{\lambda}{2}}{\lambda} = \frac{2ne}{\lambda} - \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$$

Les interférences en M sont donc destructives.

2. Comparaison du phénomène d'interférences suivant la longueur d'onde

2.1. Supposons que les épaisseurs correspondent à l'expression donnée, et montrons que les interférences sont bien constructives avec ces valeurs $(e_k)_{k \in \mathbb{N}}$.

On a les ordres d'interférence :

$$p_k(M) = \frac{2ne_k + \frac{\lambda}{2}}{\lambda} = \frac{2n \frac{\lambda(2k+1)}{4n} - \frac{\lambda}{2}}{\lambda} = \frac{2k+1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2k+1-1}{2}$$

Alors finalement, on a :

$$p_k(M) = \frac{2k}{2} = k \in \mathbb{Z}$$

Les épaisseurs correspondant à des interférences constructives sont donc bien les $(e_k)_{k \in \mathbb{N}}$ données par :

$$e_k = \left(\frac{2k+1}{4} \right) \frac{\lambda}{n}, \quad k \in \mathbb{N}$$

2.2. Pour observer des interférences en lumière bleue ($\lambda = 458 \text{ nm}$), il faut une épaisseur minimale

$$e_0 = \frac{458 \times 10^{-9}}{4 \times 1,34} = \underline{85 \text{ nm}}$$

2.3. La partie haute du film de savon ne présente pas de figure d'interférences car d'épaisseur très faible. De plus, on remarque que la forme de la figure d'interférences varie en fonction de la position sur le film de savon. Cela s'explique par l'eau et le savon constituant le film, qui sont soumises à leur propre poids et donc tendent à « tomber » au cours du temps. Ce qui aura comme conséquence une diminution de l'épaisseur du film, se propageant de haut en bas et donc une disparition progressive de la figure d'interférences.

- 2.4.** Au point A , on a interférence constructive à la fois en lumière bleue et en lumière rouge. Par exploitation de la figure 5, on compte, en lumière rouge, $k = 6$ pour la frange correspondant au point A . On calcule donc :

$$e_6 = \frac{2 \times 6 + 1}{4} \times \frac{600 \times 10^{-9}}{1,34} = 1,45 \mu\text{m}$$

L'épaisseur au point A , permettant d'observer une interférence constructive à la fois en lumière bleue et en lumière rouge, est donc de $e_A = 1,45 \mu\text{m}$.

Et on confirme ce résultat en menant le même calcul en lumière bleue, en comptant $k = 8$.

* *

*