

Baccalauréat général

Session 2021 – épreuves de Mars

Épreuve de Physique-Chimie

Sujet de spécialité — Proposition de corrigé

Ce corrigé est composé de 10 pages.

Exercice 1 — Le jeu du cornhole

1. Étude énergétique

1.1. À la ligne 15, on calcule la norme v de la vitesse ($v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2}$). Ensuite, on calcule l'énergie cinétique à la ligne 16, puis l'énergie potentielle de pesanteur à la ligne 17. Finalement, l'énergie mécanique est calculée à la ligne 18.

1.2. Exploitation de la figure 3.

1.2.1. Lors de la chute libre du sac, sa vitesse va commencer par diminuer lors de la montée, donc son énergie cinétique diminuera également, ce qui permet de l'associer à la **série 2**. Au contraire, son altitude va commencer par augmenter, donc son énergie potentielle de pesanteur aussi : on lui attribue la **série 3**.

Finalement, la **série 1** est bien la somme des deux séries, et correspond donc à l'énergie mécanique.

1.2.2. Si l'action de l'air sur le sac était négligeable, l'énergie mécanique se conserverait (cas de la chute libre sans frottements). Or, on remarque sur la figure 3 que la série 1 n'est pas constante : l'énergie mécanique diminue au cours du temps. Le seul phénomène capable de dissiper l'énergie mécanique est, dans notre situation, l'action de l'air, qui n'est donc pas négligeable.

1.2.3. On cherche la valeur de la norme v_0 de la vitesse à l'instant initial. Pour cela, on lit sur le code Python qu'à l'instant $t = 0$, on a $v_x = 7,61 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_z = 4,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. D'où,

$$v_0 = \sqrt{7,61^2 + 4,8^2} = 9,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

NB : une autre méthode serait de lire graphiquement la valeur de l'énergie cinétique à l'instant initial. En connaissant la masse m du sac, on remonte à la vitesse v_0 . En l'occurrence, on trouve $v_0 = 8,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

1.2.4. On cherche l'altitude H à l'instant initial. Or, on a, à l'instant $t = 0 \text{ s}$:

$$E_{p,0} = mgH \implies \boxed{H = \frac{E_{p,0}}{mg}}$$

D'où, par lecture graphique, $H = \frac{3,5}{0,440 \times 9,81} = 0,81 \text{ m}$.

Or, on lit dans les données entrées sur le programme python que $H = 0,869 \text{ m}$: la valeur trouvée est légèrement sous-évaluée, mais reste cohérente.

2. Étude du mouvement du sac après le lancer

2.1. On souhaite établir l'expression des coordonnées a_x et a_z de l'accélération du centre du sac.

On va alors, pour le centre de masse du sac, supposé **ponctuel** de masse m **constante**, appliquer la **loi de quantité de mouvement** dans le **référentiel terrestre supposé galiléen**.

Pour cela, on remarquera que si on néglige les frottements de l'air, la seule force qui s'applique sur le système est son poids de valeur $m\vec{g} = -mg\vec{u}_z$ (\vec{u}_z est le vecteur unitaire dirigé à la verticale du sol et orienté vers le haut).

D'où, le principe fondamental de la dynamique nous donne :

$$m\vec{a} = m\vec{g} = -mg\vec{u}_z \implies \vec{a} = -g\vec{u}_z$$

D'où, en projetant sur \vec{u}_x et \vec{u}_z , on obtient :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \quad (1)$$

- 2.2.** On va maintenant chercher à obtenir l'expression de $x(t)$ et $z(t)$. On commence alors par intégrer les coordonnées de l'accélération par rapport au temps, en se rappelant que la vitesse initiale \vec{v} a pour coordonnées $v_x(0) = v_0 \cos(\alpha)$ et $v_z(0) = v_0 \sin(\alpha)$. L'intégration de (1) donne alors :

$$\begin{cases} v_x(t) = \text{cste} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_z(t) = -gt + \text{cste} = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases} \quad (2)$$

Et en intégrant de nouveau, on obtient :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t + x_0 \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t + z_0 \end{cases}$$

Or, on a $x_0 = 0$ et $z_0 = H$. Donc finalement, les résultats précédents deviennent :

$$\boxed{\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t + H \end{cases}} \quad (3)$$

- 2.3.** On souhaite obtenir l'équation de la trajectoire, à savoir l'expression de l'altitude z en fonction de la distance x .
On va alors, dans (3), isoler l'expression $x(t)$ et on va exprimer t en fonction de x .
On a :

$$x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \implies \boxed{t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}}$$

Et on va alors injecter ce résultat dans l'expression de $z(t)$ obtenue précédemment :

$$\begin{aligned} z(x) &= -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} \right)^2 + v_0 \sin(\alpha) \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} \right) + H \\ &= -\frac{1}{2} \frac{gx^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \tan(\alpha) + H \end{aligned}$$

Et on a donc bien :

$$\boxed{z(x) = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \tan(\alpha) + H}$$

Cette équation étant un polynôme du second degré en x de coefficient dominant négatif, la trajectoire sera **parabolique** et **concave** (la parabole a ses « bras » tournés « vers le bas »), ce qui est physiquement cohérent.

- 2.4.** On peut alors remarquer, en observant l'équation que l'on vient d'obtenir, que les conditions initiale jouant un rôle sur la trajectoire sont la vitesse initiale v_0 et l'angle α avec lequel on lance le sac. Sans oublier, bien sûr, l'altitude initiale H qui a également son importance.
- 2.5.** On a l'équation de la trajectoire :

$$z(x) = -0,0842x^2 + 0,625x + 0,880$$

Et on cherche le nombre de points marqués, donc la distance parcourue par le sac au moment où il touche le sol. Autrement dit, on cherche la distance x positive telle que $z(x) = 0$.

Par résolution graphique à la machine (*NB : la précision de la résolution graphique permise par la calculatrice est suffisante en terme de chiffres significatifs vu qu'on est en physique. Sinon, on peut toujours poser proprement son équation du second degré et la résoudre à la main comme appris en première.*), on trouve alors $x = 8,633$ m.

Or, le joueur étant à une distance d de 8 mètres de la planche, le sac atterrira donc à une distance $d' = x - d = 63,3$ cm du bord de la planche. Il ne passera donc pas dans le trou, le joueur marquera **1 point**.

2.6. On souhaite finalement déterminer la vitesse v_0 qu'il faut donner au sac lorsqu'on le lance pour marquer 3 points. On va raisonner par étapes :

- Tout d'abord, on remarque que pour rentrer dans le trou, le sac doit idéalement parcourir une distance $d' = 91 + 8 = 99$ cm sur la planche, soit une distance totale $d = 8,99$ m depuis la position du joueur.
- Ensuite, on remarque que la valeur de l'angle α , donc nous auront besoin, n'est pas donnée. Or, on sait que $\tan(\alpha) = 0,625$. D'où, $\alpha = \tan^{-1}(0,625) = 32,0^\circ$.
- Maintenant que nous avons les données numériques, on peut désormais entrer dans le vif du sujet. Aussi, nous allons chercher v_0 tel que :

$$-\frac{gx^2}{2 \cos^2(\alpha)} \cdot \frac{1}{v_0^2} + 0,625x + 0,880 = 0 \quad (\mathcal{E})$$

On peut alors résoudre cette équation :

$$\begin{aligned} (\mathcal{E}) &\iff -551,21 \cdot \frac{1}{v_0^2} + 5,62 + 0,880 = 0 \\ &\iff -551,21 \cdot \frac{1}{v_0^2} + 6,5 = 0 \\ &\iff 551,21 \cdot \frac{1}{v_0^2} = 6,5 \iff \frac{1}{v_0^2} = 0,012 \\ &\iff v_0^2 = \frac{1}{0,012} = 83,33 \end{aligned}$$

Donc finalement, on obtient $v_0 = \sqrt{83,33} = 9,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ la vitesse à donner au sac pour gagner trois points. Ce qui est une valeur cohérente au vu de la situation étudiée (proche de la valeur calculée dans la partie 1).

Exercice A — Un indicateur coloré naturel issu du chou rouge

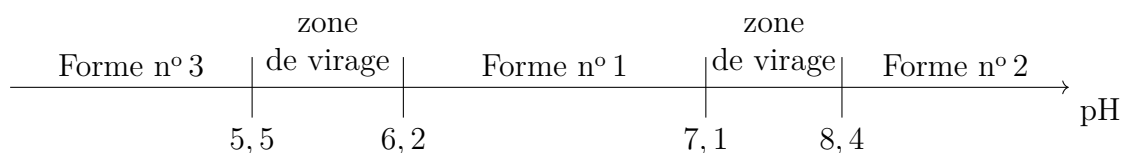
1. Modélisation d'un indicateur coloré naturel issu du chou rouge

1.1. La forme 1 possède des groupes hydroxyle, alors est susceptible de céder des protons H^+ . C'est donc un acide de Brønsted. Mais cette même espèce est susceptible de capter un proton par son oxygène chargé négativement : c'est donc une base de Brønsted.

Ainsi, vu que la forme 1 est à la fois un acide et une base de Brønsted, il s'agit bien d'un ampholyte (ou espèce amphotère).

1.2. On cherche à compléter le diagramme de prédominance de la cyanidine. Pour cela, on va chercher quelle forme est la plus basique, et laquelle est la plus acide.

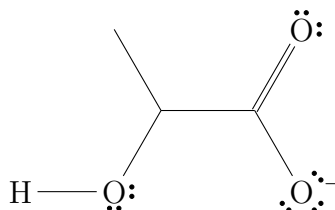
Pour cela, on regarde le nombre de protons que chaque forme est susceptible de céder : la forme 1 peut céder 3 protons, alors que la forme 2 ne peut en céder que 2, tandis que la forme 3 possède 4 protons qu'elle peut éventuellement céder. Aussi, la forme la plus acide est la forme 3, et la plus basique est la forme 2. On peut donc finalement compléter le diagramme de prédominance :



On peut alors remarquer qu'en milieu aqueux, la forme 3 est de couleur violette, la forme 1 de couleur bleue, et la forme 2 de couleur verte.

2. Titrage d'un lait fermenté

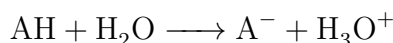
2.1. On donne la formule de Lewis de l'ion lactate, qui est l'acide lactique auquel on a retiré le proton du groupe acide carboxylique :



2.2. Lors de la fermentation du lait, le lactose est transformé en acide lactique. Ce qui explique l'acidification du lait.

2.3. Modélisation de la transformation chimique.

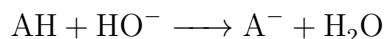
2.3.1. On note AH l'acide lactique, et A^- l'ion lactate. Alors la réaction entre l'acide lactique et l'eau du lait a pour équation :



2.3.2. Cette réaction a pour constante d'équilibre $K = \frac{1}{K_A} = 10^{3,9} \gg 1$. Elle est donc thermodynamiquement favorisée et sera alors spontanée.

2.4. Pour le titrage réalisé, le pH à l'équivalence vaut 8,3. Or, cette valeur de pH correspond à la fin de la zone de virage entre la forme 1 et la forme 2 de la cyanidine. Le jus du chou rouge peut donc être utilisé pour repérer l'équivalence de ce titrage, en passant de bleu à vert.

- 2.5.** On cherche à calculer l'acidité Dornic du lait fermenté testé. Pour cela, on va commencer par calculer la concentration molaire en acide lactique dans l'échantillon titré. La réaction support du titrage est la suivante :



On a alors, à l'équivalence :

$$\frac{n_{\text{AH}}}{1} = \frac{n_{\text{HO}^-}}{1} \implies cV_0 = C_0V_E$$

Et finalement,

$$c = \frac{C_0V_E}{V_0}$$

Or, en masse, on a $c_m = cM_{\text{AH}}$.

Donc en injectant dans l'expression de la concentration, on obtient :

$$c_m = \frac{C_0V_E}{V_0} M_{\text{AH}}$$

D'où,

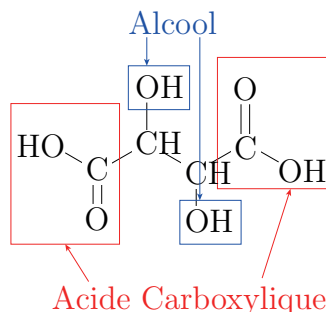
$$c_m = \frac{1,11 \cdot 10^{-1} \times 2,8}{10,0} \times 90,1 = \underline{2,8 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}}$$

Or, 1°D correspond à $0,10 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$, et $2,8/0,10 = 28$. Donc le degré d'acidité Dornic de l'échantillon testé vaut $\underline{DA = 28^\circ\text{D}} < 80^\circ\text{D}$. Le lait testé ne peut donc pas être utilisé pour fabriquer un yaourt.

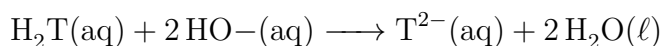
Exercice B — Une boisson de réhydratation

1. Étude de la liqueur de Fehling

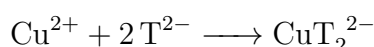
- 1.1. On donne la formule semi-développée de l'acide tartrique, sur laquelle on repère les groupes fonctionnels :



- 1.2. La solution (B) a un pH supérieur à 12. Or, on remarque que $\text{pH}(B) > \text{pKa}_2$. La forme prédominante dans cette solution est donc T^{2-} .
- 1.3. La solution (B) est obtenue en mélangeant de l'acide tartrique et de la soude. La réaction modélisant la transformation ayant alors lieu est la suivante :



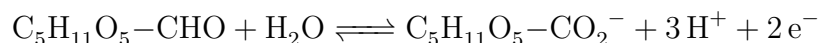
- 1.4. La solution (A) contient des ions cuivre (II), et la solution (B) contient des ions tartrate. Lors du mélange des deux, on observe donc la réaction :



- 1.5. On remarque, en étudiant le spectre d'absorption de la liqueur de Fehling, qu'il présente un maximum pour $\lambda \sim 670 \text{ nm}$. Sa couleur correspondra donc à la couleur complémentaire à ce maximum, c'est-à-dire du bleu-vert si on se fie au cercle chromatique.

2. Dosage du glucose

- 2.1. On cherche à justifier le caractère réducteur du glucose dans cette réaction. Pour cela, on va écrire la demi-équation électronique entre le glucose et l'ion gluconate, qui est la suivante :



On remarque alors que le glucose va céder des électrons, il est donc réducteur.

- 2.2. À l'issue de la réaction, le filtrat est bleu. Or, les espèces responsables de cette couleur sont uniquement les ions CuT_2^{2-} . On peut donc se douter qu'ils n'ont pas tous été consommés, donc ont été introduits en excès. Aussi, le réactif limitant est le glucose.
- 2.3. L'espèce colorée dans la solution est la liqueur de Fehling grâce aux ions CuT_2^{2-} . Aussi, pour prendre des mesures, il est préférable de régler le spectrophotomètre à leur maximum d'absorption, à savoir $\lambda = 670 \text{ nm}$.
- 2.4. On remarque que l'absorbance du filtrat diminue lorsque la concentration massique de glucose augmente. Cela est une conséquence du fait que le glucose soit le réactif limitant : en effet, plus la quantité initiale de glucose sera importante, plus l'avancement de la réaction sera important, donc plus les ions colorés de la liqueur de Fehling seront consommés. Ce qui impliquera une diminution de l'absorbance.

2.5. On cherche la masse de glucose contenue dans le sachet de médicament. On va donc, à partir des données expérimentales et de la droite d'étalonnage, commencer par déterminer la concentration massique en glucose de la solution (S_2).

On a mesuré, pour cette solution, une absorbance $A = 0,59$. Or, on a $A = -0,39C_{m,2} + 0,88$. D'où, on a la concentration massique :

$$C_{m,2} = \frac{0,88 - A}{0,39} = \frac{0,88 - 0,59}{0,39} = 0,74 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

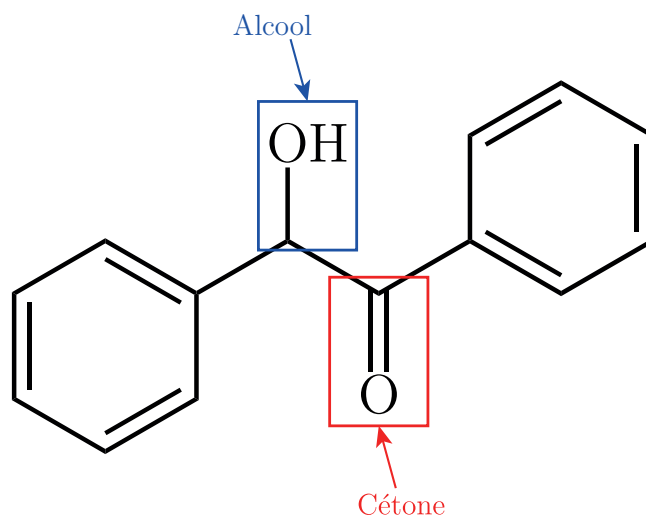
Or, la solution (S_2) est obtenue en diluant 10 fois la solution (S_1). Alors, dans la solution initiale, on a $C_m = 10C_{m,2} = 7,4 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

Et finalement, comme $m = C_m \times V$ on obtient une masse de glucose dans le sachet de médicament qui vaut $m = 7,4 \times 500 \times 10^{-3} = \underline{3,7 \text{ g}}$. Ce qui est proche de la masse indiquée dans les données du problème pour un sachet vendu en pharmacie.

Exercice C — Four à micro-ondes pour synthèse organique

1. Préparation de la benzoïne (étape 1)

- 1.1. On recopie la formule topologique de la benzoïne et on y repère les groupes fonctionnels :



- 1.2. On souhaite préparer $V = 7,0 \text{ mL}$ de solution de soude à $C = 1,1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Pour cela, il faudra une quantité de matière $n = CV$. Ou encore, comme $m = n \times M(\text{KOH})$, il faudra, en masse,

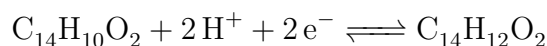
$$m = CV \times M(\text{KOH}) = 1,1 \times 0,007 \times 56,1 = 0,43197 \text{ g}$$

D'où, il faudra prélever une masse $m = 0,43 \text{ g}$ de potasse pour préparer la solution de soude utilisée lors de la première étape.

- 1.3. Le produit est obtenu dans l'étape c à l'issue d'une cristallisation. Il est donc à l'état solide.
- 1.4. Avant la purification, le produit obtenu n'est (comme on peut s'en douter) pas entièrement pur. Ainsi, il comportera des restes de réactif (donc de benzaldéhyde). Ainsi, la plaque de CCM correspondant à ce produit non purifié est la plaque 2.
- 1.5. Une autre méthode d'identification du produit obtenu en fin de synthèse serait par étude du point de fusion sur banc Köfler : une mesure de la température de fusion d'un solide permet de donner des informations sur sa pureté, en comparant aux données pour le produit pur.

2. Préparation du benzile (étape 2)

- 2.1. La benzoïne a pour formule brute $\text{C}_{14}\text{H}_{12}\text{O}_2$.
- 2.2. On écrit la demi-équation électronique associée au couple $\text{C}_{14}\text{H}_{10}\text{O}_2/\text{C}_{14}\text{H}_{12}\text{O}_2$:



On remarque alors que le benzile joue le rôle d'oxydant. Ainsi, la réaction de l'étape 2 est bien une oxydation de la benzoïne.

3. Préparation de la phénytoïne (étape 3)

On souhaite calculer le rendement de la synthèse. On va alors commencer par dresser un tableau d'avancement entre l'état initial (E.I.) et l'état final (E.F.). Pour cela, on calcule :

$$n_{b,i} = \frac{m_{b,i}}{M(\text{C}_{14}\text{H}_{10}\text{O}_2)} = \frac{1,0}{210,2} = 4,8 \text{ mmol}$$

quantité de matière de benzile à l'état initial et

$$n_{u,i} = \frac{m_{u,i}}{M(\text{CH}_4\text{N}_2\text{O})} = \frac{0,450}{60,1} = 7,5 \text{ mmol}$$

quantité de matière d'urée à l'état initial. Ce qui permet de remarquer que le benzile est le réactif limitant ($4,8 < 7,5$ et coefficient de 1 devant chaque espèce). Aussi, on a un avancement $\xi_m = 4,8$ mmol.

On construit alors le tableau :

| mmol | benzile | + | urée | → | phénytoïne | + | H ₂ O |
|------|-----------------|---|-------------------------|---|---------------|---|------------------|
| E.I. | $n_{b,i} = 4,8$ | | $n_{u,i} = 7,5$ | | 0 | | 0 |
| E.F. | 0 | | $n_{u,i} - \xi_m = 2,6$ | | $\xi_m = 4,8$ | | $\xi_m = 4,8$ |

On devrait donc obtenir, théoriquement, $n_{\text{th}} = 4,8$ mmol de phénytoïne.

Or, expérimentalement, on a obtenu $n_{\text{exp}} = \frac{1,11}{252,3} = 4,4$ mmol de phénytoïne.

Cette synthèse a donc un rendement qui vaut :

$$\eta = \frac{n_{\text{exp}}}{n_{\text{th}}} = \frac{4,4}{4,8} = 92 \%$$

Ce qui est un rendement très correct pour une synthèse organique.

* *
*