Enseignement de spécialité Physique-chimie et mathématiques

Corrigé du baccalauréat - Session Métropole Juin 2021

Merci d'envoyer vos remarques à anthony.le.bihan@icloud.com

Exercice 1 : Four de recuit de détente

1. A partir de l'équation différentielle du type « $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \frac{y}{\tau} = \frac{y_\infty}{\tau}$ ». En arrangeant l'équation différentielle , $y' + \frac{y}{800} = \frac{600}{800}$, On peut identifier la valeur limite et le temps caractéristique :

$$\boxed{\tau = 800 \text{ s} \qquad \lim_{t\to+\infty} y(t) = 600^\circ \text{ C}}$$

2a. Il s'agit d'une équation différentielle de premier ordre avec second membre. La solution générale est la somme d'une solution homogène et d'une solution particulière.

— solution homogène : $y' + \frac{1}{800}y = 0$. La solution, à connaître, est de la forme

$$y_{hom}(t) = A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \qquad A \in \mathbb{R}$$

La constante indéterminée A sera déterminée à partir des conditions initiales sur la solution générale.

— solution particulière : la technique est de prendre la dérivée première nulle : $0 + y_{part} = 600$. Ainsi, $y_{part} = 600$

La solution globale est :

$$\theta(t) = 600 + A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \qquad A \in \mathbb{R}$$

La condition initiale

$$\theta(t = 0) = 25^\circ$$

Or à $t = 0$, $\theta(0) = 600 + A = 25 \implies \boxed{A = -575}$. Ainsi, $\forall t \in [0; +\infty[$:

$$\boxed{\theta(t) = 600 - 575\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$$

2b. Attention, le temps t est à exprimer en secondes. On cherche donc la température du four au bout de $t = 600$ s.

<u>Application numérique :</u> $\theta(600) = 600 - 575\exp\left(-\frac{600}{800}\right) \implies \boxed{\theta(600\text{s}) = 328^\circ\text{C}}$

3a. On cherche le temps t_1 au bout duquel,

$$\theta(t_1) = 550^\circ$$

On résout directement cette équation :

$$600 - 575\exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right) = 550 \iff -575\exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right) = -50 \iff \exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right) = \frac{50}{575}$$

$$-\frac{t_1}{\tau} = \ln\left(\frac{50}{575}\right) \implies \boxed{t_1 = \tau \ln\left(\frac{23}{2}\right)}$$

Application numérique : $t_1 = 800 \times 2,44 = 1953$ s $\implies \boxed{t_1 = 33 \text{ min}}$

3b. D'après les questions 1 et 2a., on a vu que la température dans le four croissait jusqu'à la valeur limite de 600° C. **La température dans le four ne dépassera donc pas les 600° C.**

4. La capacité thermique pour un masse $m = 2,5$ kg d'acier est

$$C = c_m \times m$$

La variation de température perçue par l'acier est $\Delta\theta = 550 - 25 = 525°$ C.
Donc, l'énergie nécessaire pour pour porter une charge de 2,50 kg de la température ambiante de 25 °C à la température de 550 °C est

$$\boxed{E_{charge} = c_m \times m \times \Delta\theta}$$

Application numérique : $E_{charge} = 460 \times 2,5 \times 525 = 603\,750$ J $\implies \boxed{E_{charge} = 604 \text{ kJ}}$
En question 3a., on a vu qu'il fallait $\Delta t = 1953$ s pour atteindre les 550 °C . La relation reliant puissance, énergie et temps étant $E_{charge} = P \times \Delta t$, on a donc :

$$\boxed{P = \frac{E_{charge}}{\Delta t}}$$

Application numérique : $\boxed{P = 309 \text{ W}}$.
Ce chauffage est donc largement réalisable puisque la puissance du four est de 2 kW.

Exercice 2 : Mise en sécurité d'une piscine avec un volet roulant

1.1 On connaît la fameuse formule « $V = R \times \omega$ » avec ω la vitesse de rotation en rad/s, V la vitesse sur un point du rayon en m/s et R le rayon en m. Attention cependant aux unités.
Sachant qu'un tour représente 2π radians, 3 tr/min= $3 \times 2\pi$ rad/min = $3 \times \frac{2\pi}{60}$ rad/s.
On a donc $\omega = \frac{\pi}{10}$ rad/s, $R = 25$ cm $= 0,25$ m.
Application numérique : $\boxed{V = 7,8 \times 10^{-2} \text{ m/s}}$

1.2 La longueur du bassin est $d = 7$ m. La durée pour que le volet recouvre tout le bassin est donc

$$\Delta t = \frac{d}{V}$$

Application numérique : $\boxed{\Delta t = 89 \text{ s}}$
Il faut donc 1 min 30s pour recouvrir tout le bassin, c'est un ordre de grandeur tout à fait correct.

1.3 Un moteur parfait convertit l'énergie électrique qu'il reçoit en une énergie mécanique. S'il n'est pas parfait, *i.e.* en réalité, il ne convertit pas la totalité de l'énergie électrique qu'il reçoit en énergie mécanique : **une partie est dissipée sous forme de chaleur, donc d'énergie thermique**. Ce sont des pertes.
Le rendement étant de $\eta = 90\%$, on a $\boxed{P_{\text{méca}} = \eta P_{\text{élec}}}$
Application numérique : $P_{\text{méca}} = 0,9 \times 120 \implies \boxed{P_{\text{méca}} = 108 \text{ W}}$
Il y a donc 12 W dissipés sous forme de chaleur.

1.4 L'énoncé indique que $P_{\text{méca}} = C \times \omega$ avec C le couple moteur en N.m. On a donc $\boxed{C = \frac{P_{\text{méca}}}{\omega}}$

<u>Application numérique :</u> $C = \frac{108}{\frac{\pi}{10}} \implies \boxed{C = 344 \text{ N.m}}$

2.1 Pour obtenir des Watt, il faut multiplier des Volt par des Ampère. On a donc l'énergie E qui vaut : $\boxed{E = C \times u}$ avec C la capacité en A.h et u la tension d'utilisation.

<u>Application numérique :</u> $\boxed{E = 96 \text{ W.h}}$

2.2 La relation reliant puissance, énergie et temps étant $E = P \times \Delta t$. La puissance consommée par le moteur est $P = 120$ W. Ici, $\Delta t = 180$ s.

<u>Application numérique :</u> $E = 120 \times 180 \implies \boxed{E = 21,6 \text{ kJ}}$

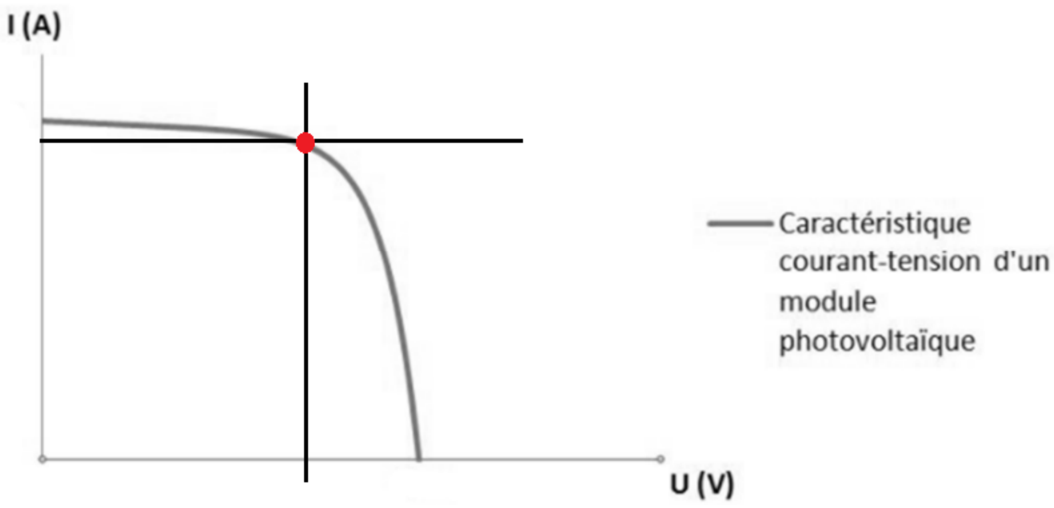
2.3 Un cycle consomme donc 21,6 kJ. Les batteries, chacune, de 96 W.h, soit au total 192 W.h. Or, 1 W.h = 3600 W.s = 3600 J = 3,6 kJ. Donc les batteries disposent de $3,6 \times 192 = 691,2$ kJ.

Donc, le rapport $\frac{691,2}{21,6} = 32$, nous indique qu'**il faut recharger les batteries tous les 32 cycles.**

3.1 Le point de fonctionnement à la puissance crête à les coordonnées suivantes

$$(U_{max}; I_{max}) = (36,5; 2,74)$$

Les axes de la courbe ne sont pas gradués. En revanche on sait où se positionnent les maximums : $(44,1; 2,91)$. En abscisses, le point de fonctionnement est situé à $100 \times \frac{36,5}{44,1} = 83\%$ du maximum. En ordonnées, le point de fonctionnement est situé à $100 \times \frac{2,74}{2,91} = 94\%$ du maximum. Graphiquement, cela donne :



Le point de fonctionnement est le point rouge.

3.2 Le montage 1 est ouvert, on ne risque pas de mesurer quoi que ce soit. Le montage 3 mesurera toujours une tension de 0 V (le potentiel est le même sur un même fil). **Il faut donc choisir le montage 2**, avec résistance variable.

3.3 La puissance crête vaut $P_c = 100$ W. On a vu que les batteries disposaient de 691,2 kJ. On a encore la relation $\Delta t = \frac{E}{P} = \frac{691,2 \times 10^3}{100}$.

<u>Application numérique :</u> $\Delta t = 6912 \text{ s} \implies \boxed{\Delta t = 1 \text{ h}55\text{min}}$

Exercice 3 : Mathématiques

Question 1

L'équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction f au point d'abscisse a est :

$$y(x) = f'(a) \times (x - a) + f(a)$$

Ici, $\forall x \in]0, +\infty[$,

$$f(x) = \ln(x), \qquad f'(x) = \frac{1}{x}$$

Donc $f(e) = \ln(e^1) = 1$ et $f'(e) = e^{-1}$. Ainsi l'équation de la tangente à f au point d'abscisse e est :

$$y(x) = e^{-1}(x - e) + 1$$

Cette tangente passe-t-elle par l'origine ? C'est-à-dire au point de coordonnées $(0, 0)$:

$$y(0) = -e^{-1} \times e + 1 = -1 + 1 = 0$$

Donc **la tangente T passe par l'origine du repère.**

Question 2

a. f est continue sur $\mathbb{R}_*^+$ comme somme de telles fonctions. Elle est donc dérivable sur un intervalle plus petit, $\left[\frac{1}{2}; 10\right]$ par exemple. Sa dérivée est, $\forall x \in \left[\frac{1}{2}; 10\right]$,

$$f'(x) = 2x - 1 + \frac{3}{x} \implies f'(x) = \frac{2x^2}{x} - \frac{x}{x} - \frac{3}{x} = \frac{2x^2 - x - 3}{x}$$

Or, on vérifie que $(x + 1)(2x - 3) = 2x^2 + 2x - 3x - 3 = 2x^2 - x - 3$. Donc la dérivée peut s'écrire, $\forall x \in \left[\frac{1}{2}; 10\right]$, :

$$f'(x) = \frac{(x + 1)(2x - 3)}{x}$$

b. Pour trouver les variations de f, on doit étudier le signe de f'. Le numérateur s'annule :

$$(x + 1)(2x - 3) = 0 \iff x + 1 = 0 \text{ ou } 2x - 3 = 0 \iff x = -1 \text{ ou } x = \frac{3}{2}$$

Comme $-1 \notin \left[\frac{1}{2}; 10\right]$, on écarte cette racine.

x	$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		10
$x + 1$		$+$		$+$	
$2x - 3$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f\left(\frac{1}{2}\right)$	$\searrow$	$f\left(\frac{3}{2}\right)$	$\nearrow$	$f(10)$

Les bornes sont :

— $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{9}{4} + 3\ln(2)$

— $f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{5}{4} + 3\ln\left(\frac{2}{3}\right)$
— $f(10) = 88 - 3\ln(10)$

f admet donc, sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2};10\right]$, un minimum en $\frac{3}{2}$, de valeur $-\frac{5}{4} + 3\ln\left(\frac{2}{3}\right)$

Question 3

a.

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad e^{-0{,}0434x} = 0,01 \iff \ln\left(e^{-0{,}0434x}\right) = \ln(0,01) \iff -0,0434x = \ln(0,01)$$

$$\iff \boxed{x = -\frac{\ln(0,01)}{0,0434}}$$

$x \simeq 106,1$

b. Initialement, la puissance du signal est de 6,75 mW. Si ce signal perd 99% de sa puissance, elle aura donc une intensité de $0,01 \times 6,75$. On cherche donc à résoudre l'équation, $\forall x \in R_+$

$$6,75 \times e^{-0{,}0434x} = 0,01 \times 6,75$$

En simplifiant pas 6,75 cette équation devient $e^{-0{,}0434x} = 0,01$ qui a pour solution $\boxed{x = -\frac{\ln(0,01)}{0,0434}}$.

Au bout de 106 km, l'onde aura perdu 99% de sa puissance.

Question 4

Les points O,A et B sont alignés si et seulement si les vecteur $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont colinéaires. D'une part,

$$z_A = 3e^{-i\pi/3} = 3\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) = \frac{3}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Ensuite,

$$z_A - z_O = \frac{3}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Donc le vecteur $\overrightarrow{OA}$ a pour coordonnées $\left(\frac{3}{2}; -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ dans $\mathbb{R}^2$.

De plus,

$$z_B - z_O = -1 + i\sqrt{3}$$

Donc le vecteur $\overrightarrow{OB}$ a pour coordonnées $\left(-1; -\sqrt{3}\right)$ dans $\mathbb{R}^2$.

On voit que si on multiplie les coordonnées de $\overrightarrow{OB}$ par $-\frac{3}{2}$, on obtient

$$-\frac{3}{2} \times \left(-1; -\sqrt{3}\right) = \frac{3}{2}; -\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Autrement dit, $\overrightarrow{OA} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$. Ainsi, $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont colinéaires et **les points O, A et B sont alignés**.

Question 5

a. $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ représente l'aire définie par les droites d'équations $x = 1$, $x = 2$, l'axe des abscisses ainsi que $\mathcal{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f.
Sur la représentation graphique, on voit que le quadrangle $AEFB$ majore cette intégrale et que le quadrangle $ACDB$ la minore. On a donc :

$$\mathcal{A}_{ACDB} \leq \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x \leq \mathcal{A}_{AEFB}$$

Calculons l'aire de ces deux quadrangles :

— ACDB : composé d'un rectangle de côtés 1×3 et d'un triangle de côtés 1×6. Donc

$$\mathcal{A}_{ACDB} = 1 \times 3 + \frac{1 \times 6}{2} = 6$$

—

— AEFB : composé d'un rectangle de côtés 1×2 et d'un triangle de côtés 1×6. Donc

$$\mathcal{A}_{ACDB} = 1 \times 2 + \frac{1 \times 6}{2} = 5$$

Ainsi,

$$\boxed{5 \leq \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x \leq 6}$$

b. Une primitive de $x \mapsto x$ est $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$, de $x \mapsto e^x$ est $x \mapsto e^x$ et de $x \mapsto \frac{1}{x}$ est $x \mapsto \ln(x)$.
Ainsi, par linéarité de l'intégrale,

$$\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2}x^2 + e^x - \ln(x)\right]_1^2 = 2 + e^2 - \ln(2) - \frac{1}{2} - e + 0$$

Au total,

$$\boxed{\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{2} + e^2 - e - \ln(2)}$$

Numériquement, $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x \simeq 5,48$

Question 6

a. En utilisant les formules d'addition,

$$\cos\left(70t + \frac{\pi}{4}\right) = \cos(70t)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin(70t)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos(70t) - \sin(70t)\right)$$

Et donc, $\forall t \in \mathbb{R}_+$, en partant du résultat souhaité,

$$u(t) = 120\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos(70t) - \sin(70t)\right) = 120\cos(70t) - 120\sin(70t)$$

Ainsi, $\forall t \in \mathbb{R}_+$, $\boxed{u(t) = 120\sqrt{2}\cos\left(70t + \frac{\pi}{4}\right)}$

b. En identifiant à la forme classique $\cos(\omega t + \varphi)$, on a que $\boxed{\omega = 70 \text{ rad/s}}$.
Application numérique : $f = \frac{70}{2\pi} \implies \boxed{f = 11 \text{ Hz}}$

Exercice 4-A : L'électrolyse au sel

1. La demi-équation associée au couple Cl_2/CL^- est :

$$\boxed{Cl_2 + 2e^- = 2Cl^-}$$

Cette demi-équation est équilibrée en atomes et en charges.

2. La demi-équation type à retenir est $Ox + ne^- = Red$. Vu la question 1, Cl^- est un réducteur. Et vu la réaction d'électrolyse de l'eau, Cl^- donne Cl_2. **Ainsi, Cl^- est oxydé pour former l'oxydant, Cl_2.**

3. Le volume est de la piscine est

$$V = 7 \times 3,5 \times 1,5 \implies \boxed{V = 36,75\ \text{m}^3}$$

Or, $1\text{L}=1\ \text{dm}^3 = (10^{-1}\ \text{m})^3 = 10^{-3}\ \text{m}^3 \Longrightarrow 1\text{m}^3 = 10^3\ \text{L}$.

Donc, $V = 36\,750$ L.

Sachant que la concentration minimale optimale est de $2,5$ g/L, on déduit que la masse minimale de sel à insérer est

$$m = 2,5\ \text{g/L} \times 36\,750\ \text{L} \Longrightarrow \boxed{m = 91,9\ \text{kg}}$$

Il faut donc 4 sacs de 25kg de sel. Il restera 8,1 kg.

4. Les pictogrammes signifient corrosif et dangereux pour l'environnement. Les précautions à prendre sont :
   — une telle substance ne doit pas être rejetée dans l'environnement mais ne doit pas non plus être rejetée dans les eaux usées (toilettes, lavabos etc...). Une entreprise spécialisée doit venir récupérer de tels produits s'ils ne sont plus utilisables ;
   — porter des lunettes de protection, des gants en latex et une blouse en coton pour éviter tout contact avec la peau. Il faut également ne pas repirer la substance.

5. La relation entre le pH et $[H_3O^+]$ est :

$$\boxed{\text{pH} = -\log([H_3O^+])}$$

6. Si on arrange la relation précédente :

$$\text{pH} = -\log([H_3O^+]) \iff \boxed{[H_3O^+] = 10^{-\text{pH}}}$$

Application numérique : $\boxed{[H_3O^+] = 10^{-7,4}\text{mol/L}}$

7. Il faut **prélever quelques gouttes** de l'eau de la piscine et les déposer sur la bandelette. La **couleur** indiquée par la bandelette nous permettra de déterminer le pH.

Exercice 4-B : Casque audio à réduction de bruit active

1.1 Le signal étudié est sinusoïdal périodique. **Il s'agit donc d'un son pur.**

1.2 Sur toute l'échelle de temps, on relève 24 répétitions d'un même motif, *i.e.* 24 périodes. L'échelle de temps correspondante vaut $1,855 - 1,800 = 0,055$ s. Une période vaut donc $\frac{0,055}{24}$ s.

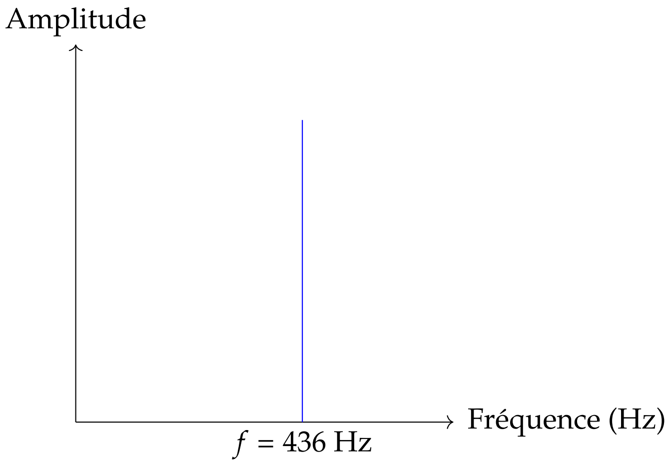
En mesurant 24 périodes d'un coup, on réduit ainsi notre incertitude sur la mesure par 24.

Application numérique : $\boxed{T = 23 \times 10^{-4}\ \text{s}}$

1.3 On connaît la relation reliant fréquence et période : $f = \dfrac{1}{T}$.

Application numérique : $\boxed{f = 436 \text{ Hz}}$

1.4 Le spectre de FOURIER à l'allure suivante :



Il est seulement composé d'un pic à 436 Hz.

2.1 Un avion au décollage correspond à une intensité sonore de 130 dB. **Il peut donc y avoir des dommages irréversibles sur l'ouïe.**

2.2 D'après le graphique, $L_{\text{avion}} = 130$ dB et $L_{\text{marteau}} = 110$ dB. On peut inverser la formule reliant intensité sonore et niveau d'intensité sonore :

$$L = 10 \times \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \iff \frac{L}{10} = \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \iff \frac{I}{I_0} = 10^{\frac{L}{10}} \iff \boxed{I = I_0 \times 10^{\frac{L}{10}}}$$

Ainsi,

$$I_{\text{avion}} = I_0 \times 10^{\frac{130}{10}} = I_0 \times 10^{13} = 10^2 \times I_0 \times 10^{11} = 100 \times I_0 \times 10^{\frac{110}{10}}$$

Or, $I_{\text{marteau}} = I_0 \times 10^{\frac{110}{10}}$. D'où

$$\boxed{I_{\text{avion}} = 100 \times I_{\text{marteau}}}$$

2.3 Le graphique est donné à une distance de 1 m de la source. On veut s'éloigner de sorte à abaisser le niveau sonore de 30 dB. Or, 30 dB = 5 × 6 dB. On doit donc se placer à

$$1 \times 2^5 \implies \boxed{32 \text{ m}}$$

de l'avion.

3.1 On peut noter un écart important du niveau sonore avec la fonction anti-bruit, **sur tout l'intervalle [1 ; 1000] Hz.**

3.2 Le décollement d'un avion n'a rien de périodique : **il passe d'une vitesse nulle à une vitesse de près de 1000 km/h. Il s'agit d'un régime transitoire**. En revanche, lors du vol de l'avion à vitesse constante, il y a de fortes chances que le signal émis soit périodique, c'est un régime établi.

3.3 Lors du décollage, un avion émet principalement dans le spectre [1 ; 1000] Hz. Or lorsqu'on regarde les courbes comparatives de réduction de bruit sur la gamme [1 ; 1000] Hz, **mettre un casque sans la fonction de réduction de bruit ou ne pas en mettre est quasiment identique en intensité sonore.** En revanche, un casque avec la fonction de réduction de bruit fait sens.

4. Attention à la lecture graphique sur une échelle logarithmique, il faut bien suivre les graduations ! Pour une fréquence $f = 80$ Hz, les atténuations sont $\boxed{I^*_{80} = 85 \text{ dB}}$ et $\boxed{I_{80} = 108 \text{ dB}}$.
   On en déduit le rapport r.
   Application numérique : $\boxed{r = 1,27}$.
   Cela signifie que **la fonction réduction de bruit du casque diminue de 27% l'intensité sonore.** Elle permet également de passer sous la barre des 100 dB, ce qui était requis.