

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Série STI2D

Sujet 0

Spécialité : physique-chimie et mathématiques

Durée de l'épreuve : 3 heures – Coefficient : 16

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le candidat doit traiter quatre exercices. Il traite obligatoirement les exercices 1, 2 et 5, et choisit de traiter l'un ou l'autre des exercices 3 ou 4 de physique-chimie.

Il est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

« La montagne ça vous gagne ! »



Station des Alpes du Sud

Une station de sports d'hiver, plus couramment appelée station de ski, est un ensemble touristique, aménagé pour la pratique des sports d'hiver.

Le sujet comporte 5 exercices pouvant être traités indépendamment les uns des autres. Le candidat doit traiter les exercices 1, 2 et 5 et il choisit de traiter l'un des exercices 3 ou 4.

Exercice 1 : Alimentation en eau des canons à neige (exercice de physique-chimie et mathématiques commun à tous les candidats).

Exercice 2 : Local technique (exercice de physique-chimie commun à tous les candidats).

Exercice 3 : Contrôle des caractéristiques physico-chimiques de l'eau du bassin (exercice de physique-chimie au choix).

Exercice 4 : Remonte-pente (exercice de physique-chimie au choix).

Exercice 5 : Exercice de mathématiques commun à tous les candidats.

Les documents ressources à utiliser sont rassemblés en fin de chaque exercice.

La page 13 comprenant les documents réponses est à rendre obligatoirement avec la copie.

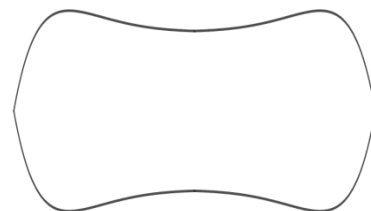
**Exercice 1 : Alimentation des canons à neige
(exercice de physique-chimie et mathématiques commun à tous les candidats)**

L'enneigement artificiel des stations de ski est une pratique relativement récente en Europe et en Amérique du Nord. C'est un procédé nécessaire au maintien et au développement des activités économiques d'une station. Or, la production de neige nécessite de grands volumes d'eau pompés dans les rivières, les nappes phréatiques, les barrages hydroélectriques et les retenues collinaires.

Aujourd'hui, la plupart des stations construisent des retenues d'eau en altitude afin d'alimenter les canons à neige placés le long des pistes en aval. La surface qu'il est possible de recouvrir en neige artificielle dépend du volume d'eau stockée dans la retenue.

Il faut environ un volume de $4\,000\text{ m}^3$ d'eau pour couvrir de neige et rendre skiable une surface d'un hectare.

Pour répondre à ses besoins, une station a décidé de réaliser un bassin dont la vue de dessus a la forme ci-contre et d'une profondeur telle que le volume d'eau contenu présente une hauteur h maximale de 8 m.



L'objectif est de déterminer si la quantité d'eau liquide retenue dans le bassin lorsque celui-ci est rempli permet de couvrir de neige une surface de 14 hectares.

Au niveau du sol, le tour du bassin peut être modélisé par la courbe fermée représentée sur la figure 1 ci-dessous.

Avec l'échelle utilisée sur le graphique, 1 unité correspond à 15 m :

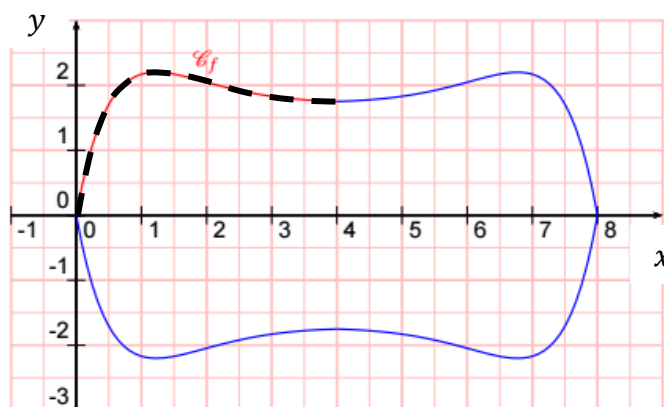


Figure 1 : tour du bassin au niveau du sol

1.1. Calcul de la surface du bassin au niveau du sol

Le tour du bassin au niveau du sol présente deux axes de symétrie : l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = 4$. Il est obtenu par symétrie de la la courbe \mathcal{C}_f tracée en pointillé sur la figure 1.

La courbe \mathcal{C}_f est représentative de la fonction f définie pour tout réel sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par :

$$f(x) = -(x^2 - 3,8x + 1,8)e^{-x} + 1,8$$

Sur l'intervalle $[0 ; 4]$, on admet que la fonction f est positive.

1.1.1. Montrer que la fonction f admet comme primitive sur \mathbb{R} la fonction F définie pour tout réel x par :

$$F(x) = (x^2 - 1,8x)e^{-x} + 1,8x$$

1.1.2. En exploitant la symétrie du bassin, montrer que la surface S du bassin au niveau du sol exprimée en m^2 a pour valeur : $6480 + 7920e^{-4}$

Donner sa valeur arrondie au m^2 près.

1.2. Calcul du volume d'eau pouvant être retenue dans le bassin

On admet que le volume d'eau dans le bassin dépend de la surface S du bassin au niveau du sol précédemment calculée et de la hauteur d'eau h qui y est contenue.

Plus précisément, pour une hauteur d'eau h , le volume V , mesuré en m^3 est donné par la relation suivante :

$$V(h) = \left(\frac{(24+h)^3}{3072} - \frac{9}{2} \right) S$$

1.2.1 Indiquer si l'eau contenue dans le bassin complètement rempli permet de recouvrir une surface d'un domaine skiable de 14 hectares en neige artificielle.

Pour surveiller la quantité d'eau disponible, on mesure la hauteur d'eau h à l'aide d'un capteur de niveau à ultrason maintenu au-dessus de l'eau à l'aide d'un support (voir figure 2 ci-dessous).

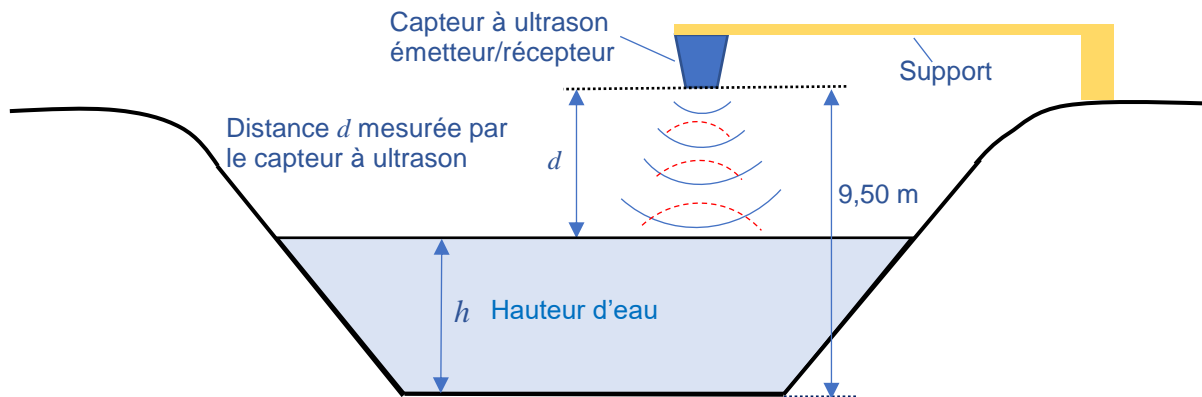


Figure 2 Schéma du bassin

Le document 1 présente les caractéristiques techniques du capteur proposé. Le document 2 présente l'évolution de la vitesse du son dans l'air en fonction de la température de celui-ci.

1.2.2. Justifier, en exploitant la figure 2 et le document 1, que le modèle du capteur présenté est adapté aux dimensions du bassin et aux conditions environnementales d'utilisation.

1.2.3. Le capteur présenté est équipé d'une compensation en température.

Lors d'un test de fonctionnement, le technicien relève les signaux ultrasonores représentés sur la figure 3 ci-contre.

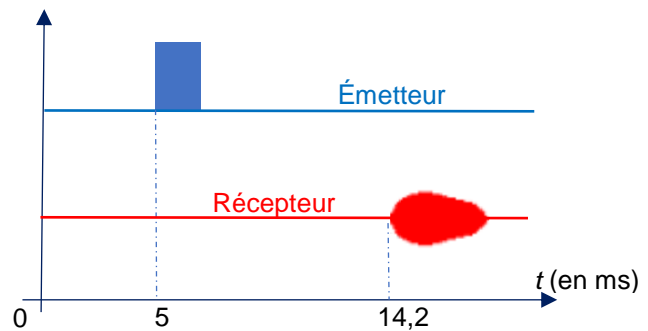


Figure 3 : Chronogrammes des signaux du capteur à ultrason

Déterminer la valeur de la hauteur d'eau h en exploitant le schéma du bassin (figure 2), le document 2 et le relevé des signaux (figure 3), sachant que la température extérieure est égale à $7\text{ }^{\circ}\text{C}$ lors de la mesure.

Document 1 : Documentation du capteur de niveau à ultrason

CARACTERISTIQUES

Présentation :	Coque métallique
Matière :	Fonte d'aluminium, peinture époxy
Dimensions (mm) :	L=95 x l=67 x H=242 (voir détail)
Poids (kg) :	1.7 + câble
Tension d'alimentation :	10 à 40 V=
Signal de sortie :	4/20 mA sur 2 fils
Etendue de mesure :	30 cm à 10 mètres
Temps de chauffe :	3 s
Compensation en température :	oui



ENVIRONNEMENT, NORMES

Altitude maximum :	2000m au-dessus du niveau de la mer
Indice de protection :	IP68
Température de fonctionnement :	-20°C à 60°
Température de stockage :	-20°C à 60°C
Compatibilité électromagnétique :	Transitoires rapides niveau 4 Chocs de foudre onde 8/20, 2 KV EN 61000-6-2, EN 61000-6-3
Sécurité électrique :	EN 60950-1
Santé :	EN 62479
Marquage CE :	CE

Source : www.paratronix.info/eau-environnement

Document 2 : Evolution de la vitesse du son

On considère que la vitesse de propagation (ou célérité) d'un son ou ultrason dans l'air dépend uniquement de la température. Elle est proportionnelle à la racine carrée de la température absolue T .

Elle est donnée par la relation:

$$c_{\text{air}} = 20,05 \cdot \sqrt{T} \quad \text{avec} \quad T(\text{K}) = \theta (^{\circ}\text{C}) + 273$$

T désignant la température en Kelvin (K), et θ la température en degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$)

Exercice 2 : Local technique
(exercice de physique-chimie commun à tous les candidats)

2.1. Étude d'un panneau solaire

Afin d'alimenter les capteurs utilisés et le système de transmission pour la gestion du bassin, un kit d'alimentation autonome pour site isolé du réseau électrique est utilisé.

Le matériel choisi est le suivant :



Caractéristiques du panneau photovoltaïque

Tension circuit ouvert (V_{CO}) : 22,25 V
Intensité de court-circuit (I_{CC}) : 4,98 A
Températures de fonctionnement : -40 à 80°C
Boîtier de raccordement résistant aux intempéries
Dimensions (L x l x h) : 880x673x35 mm
Masse : 8 kg

Garantie produit totale : 2 ans
Certification : IEC 61215 et Classe de sécurité II

Source : <https://www.ecologie-shop.com>

L'étude a pour but de déterminer le rendement de ce panneau photovoltaïque.

Un technicien teste le panneau solaire photovoltaïque, en relevant la caractéristique intensité-tension pour un éclairement de **1000 W /m²**. Celle-ci est représentée sur la figure 4 ci-dessous.

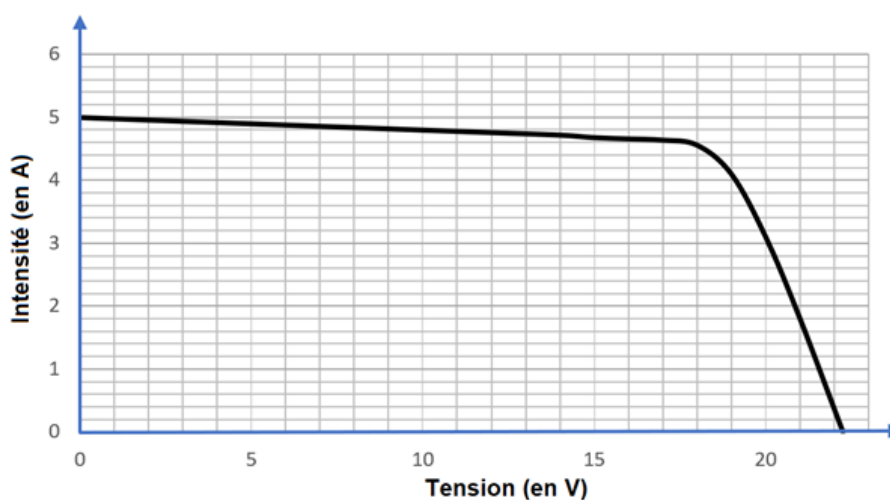


Figure 4 : Courbe de l'intensité en fonction de la tension pour un éclairement de 1000 W/m².

2.1.1. Représenter sur le document réponse n° 1 à joindre (page 13) le dispositif de mesure permettant de relever la caractéristique ci-dessus (on indiquera le nom des appareils de mesure utilisés et la position du sélecteur de chacun d'eux).

2.1.2. Indiquer, à l'aide de la figure 4 et en justifiant votre réponse, les coordonnées du point de fonctionnement permettant d'obtenir la puissance électrique maximale.

En déduire la valeur de la puissance électrique maximale fournie par le panneau solaire.

2.1.3. Calculer le rendement du panneau photovoltaïque lors de cet essai.

2.2. Surveillance d'une pompe

Lorsque le niveau d'eau est trop bas dans le bassin, une pompe prélève de l'eau dans une nappe phréatique pour assurer la continuité de l'alimentation des canons à neige.

Un contrôle de maintenance de la pompe est effectué périodiquement. Ce contrôle s'effectue grâce à une analyse des vibrations mécaniques pour évaluer l'état de fonctionnement de la machine tournante et de ses pièces mobiles.

Cette analyse permet de diagnostiquer des défauts de fonctionnement avant que la machine ne tombe en panne, comme un déséquilibre, un désalignement ou un endommagement des rotors, des roulements ou de toute autre interface mécanique entre des composants de la machine.

L'étude des vibrations mécaniques s'effectue à l'aide d'une analyse fréquentielle, grâce à un analyseur de spectre.

Un technicien relève le spectre représenté ci-contre (figure 5) pour une fréquence de rotation du moteur de la pompe de 1 500 tr/min.

L'étude a pour but de déterminer s'il est possible de diagnostiquer un défaut d'alignement de la machine tournante.

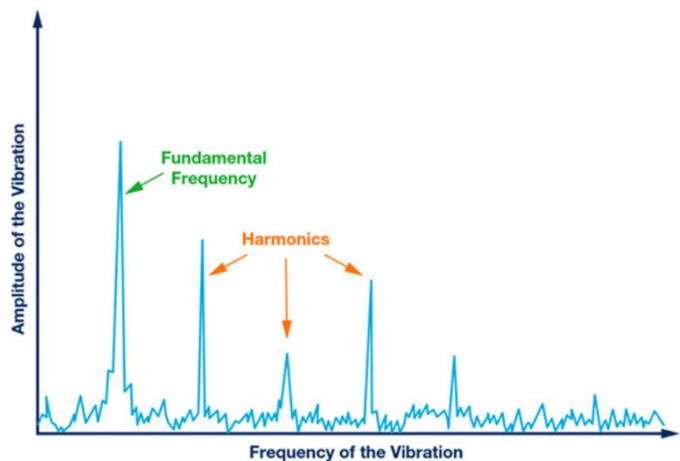


Figure 5 : Spectre d'amplitude des vibrations à 1500 tr/min

2.2.1. Déterminer la fréquence du fondamental, sachant qu'elle correspond au nombre de tours effectués en une seconde par l'arbre du moteur de la pompe.

2.2.2. Déduire alors la fréquence des trois premiers harmoniques indiqués sur la figure 5.

Un défaut d'alignement peut être détecté par un pic d'amplitude non négligeable sur le spectre pour une fréquence égale à 2 fois la fréquence de rotation du moteur (parfois 3 ou 4 fois).

2.2.3. Justifier à partir du spectre de la figure 5 si un problème d'alignement de la machine peut être diagnostiqué.

Exercice 3 : Contrôle des caractéristiques physico-chimiques de l'eau du bassin (exercice de physique-chimie au choix)

3.1. Mesure de la température de l'eau

Un capteur de température permet de surveiller la température de l'eau du bassin, car celle-ci doit absolument rester à l'état liquide pour alimenter les canons à neige.

Lors d'une opération de maintenance, le technicien relève une série de 10 valeurs successives de la température θ de l'eau.

Celles-ci sont reportées dans le tableau de mesures suivant :

Mesure	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5	n° 6	n° 7	n° 8	n° 9	n° 10
θ (°C)	5,1	4,8	5,5	4,7	4,8	4,9	5,4	5,3	5,5	5,1

L'objectif de cette étude est de déterminer l'incertitude type de répétabilité sur la mesure de cette température.

- 3.1.1. Déterminer la valeur moyenne θ_{moy} de ces 10 mesures.
- 3.1.2. Procéder à une évaluation de type A (approche statistique) de l'incertitude-type correspondant à cette série de mesure en vous aidant du document 3.
- 3.1.3. Écrire la plage de valeurs attendues lors de cette mesure que devra rapporter le technicien sur son rapport, en exprimant le résultat avec le nombre de chiffres significatifs adaptés à l'incertitude-type associée.

Document 3 : Evaluation de type A d'une incertitude (à partir de n mesures)

Soit n mesures effectuées dans des conditions de répétabilité (même opérateur, même matériel, ...).
Le meilleur estimateur de la valeur du mesurande M est la valeur moyenne \bar{m} des valeurs mesurées.

L'incertitude type qui lui est associée est définie par la relation : $u(M) = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$

Remarque : L'incertitude de répétabilité est évaluée de façon statistique (type A) dans le cas où les n mesures ont été effectuées dans les mêmes conditions expérimentales (même opérateur, même matériel, ...)

Rappel mathématique :

$$\text{Ecart type (expérimental) d'un échantillon d'une population : } \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum(m_i - \bar{m})^2}{n-1}} \text{ (statistique)}$$

Source : https://disciplines.ac-toulouse.fr/physique-chimie/sites/physique-chimie/files/fichiers/stage_mesures_et_incertainitudes/support_prof-stage_paf-fevrier2017.pdf

3.2. Transmission de l'information

L'information concernant la température de l'eau est transmise grâce à une onde électromagnétique selon le procédé Sigfox. Cette technologie basse consommation permet une transmission longue distance en utilisant la bande de fréquence ISM (industrielle scientifique et médicale) de fréquence centrale 868 MHz.

Le document 4 présente les grandeurs physiques caractéristiques d'une onde électromagnétique. Le document 5 présente le spectre des ondes électromagnétiques et le document 6 présente deux types d'antenne disponibles.

L'objectif de l'étude suivante est de déterminer les caractéristiques de l'antenne adaptée à cette transmission.

- 3.2.1. Donner la signification et l'unité de chaque terme représentant les grandeurs physiques indiquées dans le document 4.
- 3.2.2. Préciser à quel domaine appartiennent les ondes électromagnétiques de la bande de fréquence ISM en utilisant le document 5.
- 3.2.3. Calculer la valeur de la longueur d'onde de ces ondes électromagnétiques pour la fréquence centrale de la bande ISM.
- 3.2.4. Justifier, à partir du tableau ci-dessous et du document 6, le choix de l'antenne qui semble la plus adaptée pour transmettre l'information.

Antenne	A	B	C	D
Type	Demi-onde	Quart d'onde	Demi-onde	Quart d'onde
Longueur	69,2 cm	17,3 cm	17,3 cm	34,6 cm

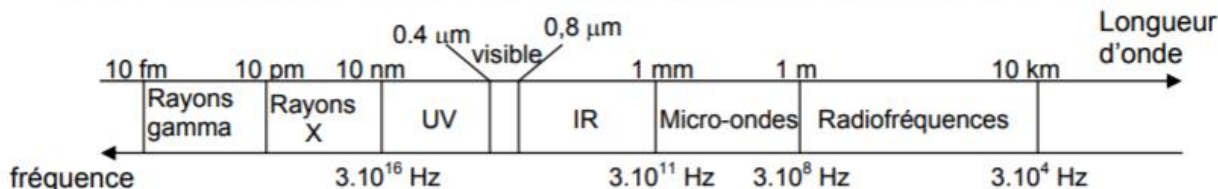
Document 4 : Grandeurs physiques caractéristiques d'une onde électromagnétique

Une onde électromagnétique est caractérisée par 3 grandeurs physiques λ , c et f .

Ces grandeurs vérifient la relation : $\lambda = \frac{c}{f}$.

Document 5 : Spectre des ondes électromagnétiques

Spectre électromagnétique. Les différents domaines regroupent des ondes aux propriétés similaires.



Document 6 : Types d'antenne disponibles

Deux types d'antennes sont disponibles :

- L'antenne dipolaire ou « dipôle demi-onde » qui est constituée d'un élément conducteur de longueur égale à la demi longueur d'onde de l'onde électromagnétique à transmettre.
- L'antenne « monopôle » ou « quart d'onde » qui est constituée d'un élément conducteur de longueur égale au quart de longueur d'onde de l'onde électromagnétique à transmettre.

Source : https://fr.wikipedia.org/wiki/Antenne_radioélectrique

3.3. Contrôle du pH de l'eau du bassin

Des scientifiques réalisent périodiquement la mesure du pH de l'eau du bassin dans le but d'étudier et de contrôler l'évolution de l'acidité des réserves d'eau en altitude.

Une mesure effectuée en 2013 sur le bassin à l'aide d'un pH-mètre a donné une valeur de $6,60 \pm 0,05$.

L'étude suivante doit déterminer si un phénomène d'acidification de l'eau du bassin a eu lieu depuis 2013.

Données : $\text{pH} = -\log [H_3O^+]$ et $[H_3O^+] = 10^{-\text{pH}}$

Couples acido-basiques mis en jeu : $H_3O^+_{(aq)}/H_2O_{(l)}$; $(SO_2, H_2O_{(aq)})/HSO_3^-_{(aq)}$

3.3.1. Donner un encadrement de la concentration molaire en ions oxonium H_3O^+ en mol.L^{-1} correspondant à la mesure réalisé en 2013.

Tous les projets scientifiques consacrés à la question montrent que les lacs de basse et moyenne montagne sont touchés, à des degrés différents, par une acidification. Deux sources de ce phénomène sont essentiellement mises en cause :

- les précipitations acides ;
- les rejets polluants.

3.3.2. Écrire la réaction acido-basique entre le dioxyde de soufre dissout et l'eau à partir des couples « acide/base » fournis ci-dessus.

3.3.3. Un contrôle réalisé en 2020 a révélé que la concentration molaire en ions oxonium H_3O^+ a été multipliée par 1,5 par rapport à 2013.

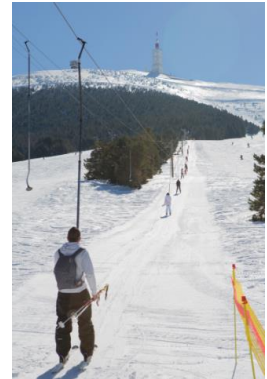
Justifier que ces mesures permettent de constater une acidification de l'eau du bassin depuis 2013.

Exercice 4 : Remonte-pente (exercice de physique-chimie au choix)

Dans cette partie, l'étude mécanique d'un skieur tiré par la perche d'une remontée mécanique est abordée.

Le schéma de la situation étudiée est présenté sur le document 9. Le document 10 présente la partie mécanique de la motorisation du remonte-pente.

L'objectif est de vérifier que le mécanisme du remonte-pente est correctement dimensionné d'un point de vue énergétique.



4.1. Bilan des forces

- 4.1.1. Indiquer à partir du document 9 les différentes forces extérieures qui s'exercent sur le skieur.
- 4.1.2. Représenter sur le document réponse n° 2 et sans soucis d'échelle, les deux forces extérieures manquantes qui s'exercent sur le skieur (le centre de gravité G sera utilisé comme point d'application de chacune des forces).
- 4.1.3. Indiquer la relation vectorielle existant entre ces 4 forces extérieures lorsque le skieur se déplace à vitesse constante pendant la remontée.
- 4.1.4. Indiquer si cette relation est vérifiée lorsque le skieur attrape la perche au départ du remonte-pente. Justifier votre réponse.

4.2. Travail de la force exercée sur le skieur par la perche

Le skieur se déplace d'une distance entre les points A et B représentés (sans souci d'échelle) sur le document 9 entre le départ et l'arrivée du télési.

- 4.2.1. Exprimer le travail de la force de traction \vec{F} exercée par la perche lors de ce déplacement.
- 4.2.2. Indiquer et justifier si le travail de cette force est moteur ou résistant.
- 4.2.3. Montrer que ce travail est égal à $W_{\vec{F}} = 442 \text{ kJ}$ lors de ce déplacement.

4.3. Chaîne énergétique du remonte-pente

- 4.3.1. Calculer à l'aide du document 10, l'énergie E_A absorbée par le moteur électrique pour une durée de 6 minutes correspondant au temps nécessaire pour parcourir la distance AB.
- 4.3.2. Compléter sur le document réponse n° 3 (page 13), la chaîne énergétique du mécanisme du remonte-pente en indiquant sur votre copie les calculs nécessaires.

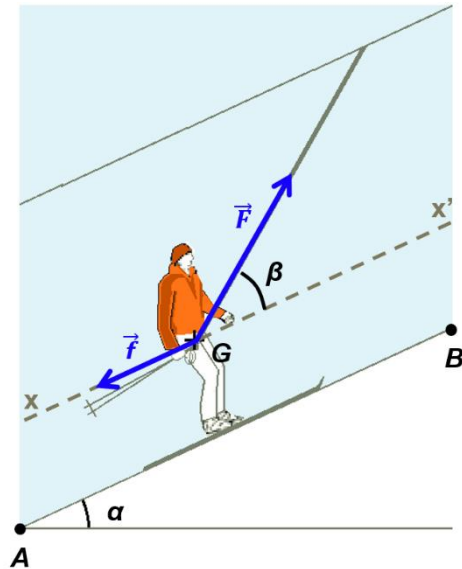
La capacité de ce remonte-pente est de 90 personnes, placées les unes derrière les autres entre le départ et l'arrivée du télési.

4.3.3. Indiquer à l'aide d'une explication chiffrée et détaillée si le mécanisme du remonte-pente peut fournir la quantité d'énergie nécessaire lorsque le remonte-pente est en pleine charge.

Document 9 : Skieur sur le remonte-pente

- Masse (skieur + équipement) : $m = 75 \text{ kg}$
- Intensité de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$
- Distance parcourue : $AB = 900 \text{ m}$
- Vitesse du skieur : 10 km.h^{-1}
- Force F exercée par la perche : $F = 600 \text{ N}$
- Inclinaison de la trajectoire par rapport à l'horizontale : $\alpha = 25^\circ$
- Inclinaison de la perche par rapport à la pente : $\beta = 35^\circ$

On néglige les forces de frottement autres que celles exercées par la piste sur le skieur, que l'on suppose constantes et d'intensité globale f .

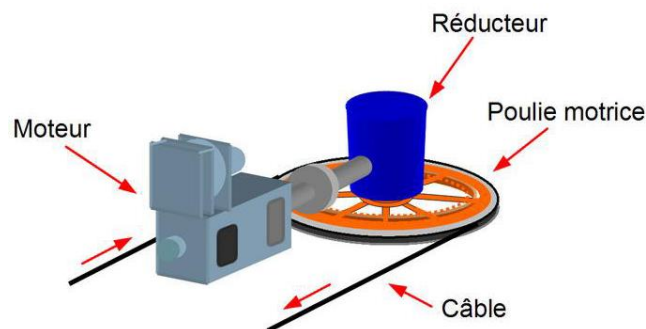


Document 10 : Le mécanisme du remonte-pente

Un remonte-pente est composé de trois éléments principaux : un moteur électrique qui entraîne une poulie par l'intermédiaire d'un réducteur.

Le moteur absorbe une puissance $P_A = 380 \text{ kW}$ en fonctionnement nominal.

Le rendement du moteur est de 90 % et celui de l'ensemble « réducteur-poulie » est de 48 %.



Source : <https://www.remontees-mecaniques.net/dossier/page-la-motorisation-principale-8.html>

Exercice 5 : Exercice de mathématiques commun à tous les candidats

Le candidat doit traiter quatre questions parmi les six numérotées de 1 à 6 que comporte l'exercice. Les questions sont indépendantes.

Le candidat **choisit les quatre questions auxquelles il répond** et indique clairement leur numéro sur sa copie en début d'exercice. Seules ces questions sont évaluées. Chacune d'elles est notée sur un point.

Traiter une question supplémentaire ne rapporte aucun point.

On note \mathbb{C} l'ensemble des nombres complexes, et i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Question 1. On considère le nombre complexe $z_1 = \frac{2-6i}{2-i}$.

Déterminer la forme algébrique de z_1 .

Question 2. Soit z_2 le nombre complexe défini par : $z_2 = -2 - 2i$.

a. Déterminer la forme exponentielle de z_2 .

b. Montrer que z_2^4 est un nombre réel que l'on déterminera.

Question 3. On considère A, B et C les points du plan d'affixes respectives :

$$z_A = 2 - 2i, z_B = -2 - 2i \text{ et } z_C = -4i.$$

a. Placer les points A, B et C dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité 1 cm.

b. Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

Question 4. On considère l'équation différentielle $y' + 5y = 7$ où y est une fonction de la variable t , définie et dérivable sur \mathbb{R} .

a. Résoudre cette équation différentielle.

b. Préciser l'expression de la solution f vérifiant $f(0) = 4$.

Question 5. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $g(x) = x \ln(x) - x + 4$.

a. On admet que g est dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$, et on note g' sa fonction dérivée. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0; +\infty[$, $g'(x) = \ln(x)$.

b. En déduire le sens de variation de g sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

Question 6. On considère la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = x^2 e^{-x}$.

a. Calculer la limite de h en $-\infty$.

b. Justifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$.

On admet que h est strictement décroissante sur l'intervalle $[2; +\infty[$ et que l'équation $h(x) = 0,5$ admet une unique solution dans l'intervalle $[2; +\infty[$ que l'on note a .

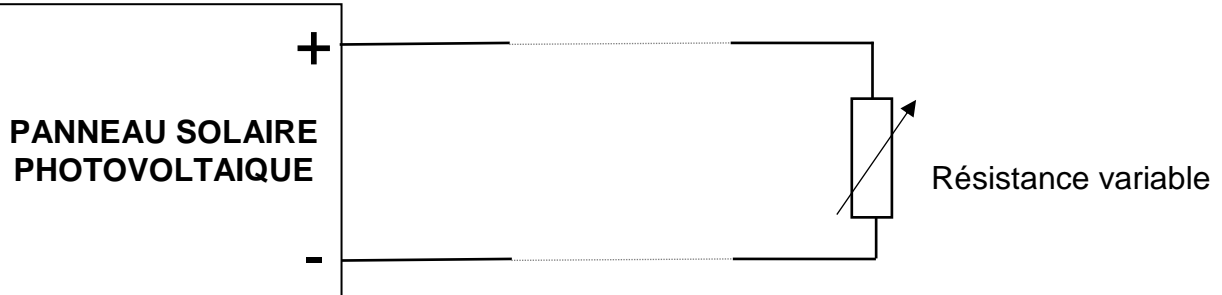
c. Recopier le programme ci-dessous et compléter les pointillés pour que la fonction `sol_bal` détermine une valeur approchée à 10^{-n} près de a par balayage.

```
from math import exp

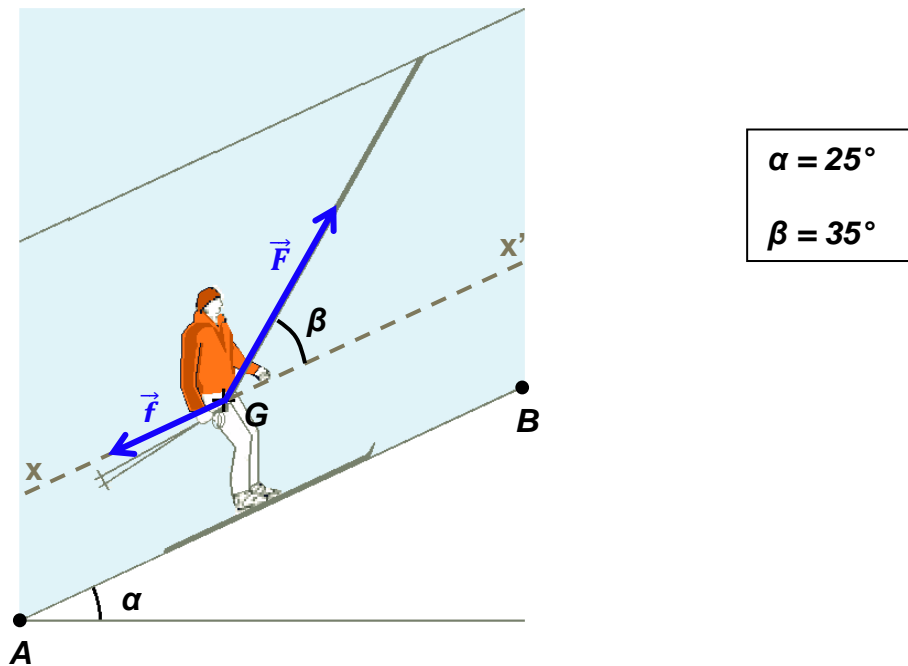
def sol_bal(n) :
    x = 2
    while ... >0.5 :
        x = ...
    return x
```

DOCUMENTS RÉPONSES à rendre obligatoirement avec la copie

Document réponse n° 1 (exercice 2)



Document réponse n° 2 (exercice 4)



Document réponse n° 3 (exercice 4)

