Correction STI2D Spécialité Physique-Chimie et Mathématiques - 2022 Mayotte-Liban

EXERCICE 1

1. J'exprime, en fonction de A, $\lim_{t\to+\infty} f(t)$:

$\lim_{t\to+\infty} e^{-0,13t}=0^+$ donc $\lim_{t\to+\infty} 1-e^{-0,13t}=1$ de plus $\lim_{t\to+\infty} A=A$ ainsi $\lim_{t\to+\infty} A(1-e^{-0,13t})=A$

2. Je conjecture la valeur de A l'aide du graphique : La lecture graphique nous permet de dire que la fonction f (x) semble tendre vers 4,5 quand x tend vers l'infini.

3. Je montre que $v'(t)=0,585\times e-0,13t$:

$v(t)=4,5\times(1-e^{-0,13t})$

$v(t)=4,5-4,5e^{-0,13t}$

$v'(t)=-4,5\times(-0,13)e^{-0,13t}$ La dérivée de $ke^{u(t)}$ est $ku'(t)e^{u(t)}$

$v'(t)=0,585\times e^{-0,13t}$ $u(t)=-0,13t$ $u'(t)=-0,13$

J'en déduis l'accélération initiale de l'avion :
L'accélération c'est la dérivée de la vitesse, je calcule donc v'(0) :

$v'(0)=0,585\times e^{-0,13\times 0}$

$v'(0)=0,585\times e^{0}$

$v'(0)=0,585\times 1$

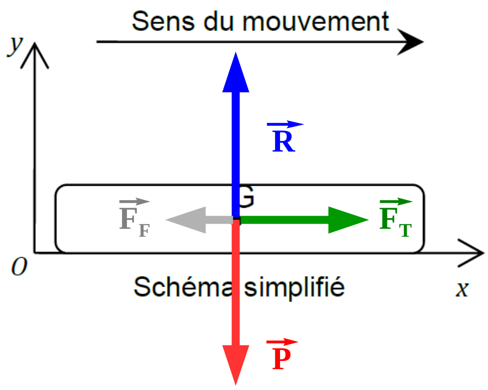
$v'(0)=0,585 m.s^{-2}$

4. Je précise la direction et le sens de la force de traction exercée par les moteurs électriques sur l'avion :
La direction de la force de traction, notée $\vec{F}_T$, est horizontale. Le sens de cette force est identique au sens du mouvement.

5. Je recopie le schéma simplifié sur la copie et je représente en G, sans souci d'échelle, toutes les forces s'exerçant sur l'avion. J'indique le nom de chacune de ces forces :

Référentiel : terrestre (supposé galiléen)
Système : avion

Bilan des forces :	poids	$\vec{P}$
	réaction du tarmac	$\vec{R}$
	force de traction	$\vec{F}_T$
	force de frottement	$\vec{F}_F$



6. Je montre que si l'on néglige les forces de frottement, on peut écrire $F_T = m \cdot a$:
Principe fondamental de la dynamique : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_T + \vec{F}_F = m \cdot \vec{a}$
or $\vec{P}$ et $\vec{R}$ se compensent (vecteurs opposés et de même norme)
et les forces de frottement sont négligeables : $\vec{F}_F = \vec{0}$
$\Rightarrow \vec{F}_T = m \cdot \vec{a} \Rightarrow F_T = m \cdot a$

7. J'en déduis la valeur de la force de traction exercée par chacun des moteurs électriques lors du démarrage de l'avion, sachant que l'accélération à t = 0 s est estimée à 0,585 $m\cdot s^{-2}$:
<u>AN</u> : $F_T = 73\,500 \times 0,585 = 43,0 \times 10^3$ N soit $F_T = 43,0$ kN
Or le taxiage contient 2 moteurs : la force de traction exercée par chacun des moteurs électriques est donc égale à $F_M = F_T / 2 = 43,0 / 2 = 21,5$ kN

EXERCICE 2

1. Je détermine le nombre d'accumulateurs à placer en série et en parallèle pour obtenir le pack batterie complet qui alimente le robot Romeo et je justifie la réponse :

Afin que le pack batterie débite 3 300 mA·h, il faut placer en dérivation (ou parallèle) 3 accumulateurs de 1 100 mA·h (les intensités des courants électriques fournies par les 3 accumulateurs (ou ensemble d'accumulateurs) branchés en dérivation s'ajoutent).

Afin que la tension nominale du pack batterie atteigne 48 V, il faut placer en série 15 accumulateurs (les tensions nominales de chaque accumulateurs s'ajoutent lorsque les dipôles sont associés en série, ainsi 15 × 3,2 = 48 V).

$\Rightarrow$ N = 15 × 3 = 45 accumulateurs à placer en série et en parallèle pour obtenir 3 300 mA·h et 48 V.

2. Je détermine la masse du pack batterie :

$m(\text{batterie}) = N \cdot m(\text{accu})$

avec m(batterie) : masse du pack batterie en g

N : nombre d'accumulateurs constituant le pack batterie

m(accu) : masse d'un accumulateur en g

AN : m(batterie) = 45 × 38,8 = 1 750 g ou 1,75 kg

3. Je détermine l'énergie que peut fournir le pack batterie :

$E = Q \cdot U$

avec E : énergie que peut fournir le pack batterie en W·h

Q : capacité nominale du pack batterie en A·h

U : tension nominale du pack batterie en V

AN : $E = 3\,300 \times 10^{-3} \times 48 = 160$ W·h

4. Je justifie le choix de la technologie $LiFePO_4$ pour assurer l'autonomie énergétique du robot Romeo :

Un seul argument permet de justifier du choix de la technologie Lithium Fer Phosphate : l'énergie massique du $LiFePO_4$ est la plus grande, ce qui signifie que pour une même masse du pack batterie, l'énergie disponible est plus grande, ce qui permet d'assurer une autonomie énergétique optimale du robot Romeo.

5. Je détermine l'autonomie de fonctionnement du robot :

$$E = P \cdot \Delta t = U \cdot I \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{E}{U \cdot I}$$

avec Δt : autonomie de fonctionnement du robot en h

E : énergie que peut fournir le pack batterie en W·h

U : tension nominale de fonctionnement du pack batterie en V

I : intensité du courant électrique débité en A

AN : $\Delta t = \dfrac{160}{48 \times 2,8} = 1,2$ h

J'exprime le résultat en minute :

$1 \text{ h} \equiv 60 \text{ min} \Rightarrow \Delta t = 1,2 \times 60 = 71 \text{ min}$

Je commente le résultat :

Le robot Romeo présente une autonomie légèrement supérieure à une heure, ce qui semble suffisant pour un assistant susceptible d'aider une personne âgée lors d'une tache ponctuelle, voire de lui faire la discussion durant quelques minutes…

6. J'écris l'équation de la réaction modélisant la décharge de l'accumulateur :

$$FePO_{4\,(s)} + LiC_{6\,(s)} \longrightarrow LiFePO_{4\,(s)} + 6\,C_{(s)}$$

7. Je précise si l'on observe, à la borne négative, une réaction d'oxydation ou de réduction et je justifie la réponse.

L'équation-bilan d'une oxydation s'écrit « Réducteur $\longrightarrow$ Oxydant + n · électrons » : on observe donc une oxydation à la borne négative de l'accumulateur.

8. Je détermine la quantité de matière d'électrons que doit faire circuler l'accumulateur lors de sa décharge complète :

$$Q = n(e^-) \cdot F \Rightarrow n(e^-) = \frac{Q}{F}$$

avec $n(e^-)$: quantité de matière d'électrons transférés en mol
Q : quantité d'électricité de l'accumulateur en C
F : constante de Faraday en $C \cdot mol^{-1}$

AN : $n(e^-) = \dfrac{1\,100 \times 10^{-3} \times 3\,600}{9{,}65 \times 10^4} = 0{,}041$ mol

9. J'en déduis la masse nécessaire de chacune des électrodes $FePO_4$ et LiC_6 présentes dans un accumulateur :

- Je calcule la masse molaire des électrodes :
  - $M(FePO_4) = M(Fe) + M(P) + 4M(O) = 55{,}8 + 31{,}0 + 4 \times 16{,}0 = 151$ $g \cdot mol^{-1}$
  - $M(LiC_6) = M(Li) + 6M(C) = 6{,}90 + 6 \times 12{,}0 = 78{,}9$ $g \cdot mol^{-1}$
- Je détermine la quantité de matière de chacune des électrodes :
  - D'après la demi-équation électronique à la borne + : $n(FePO_4) = n(e^-)$
  - D'après la demi-équation électronique à la borne – : $n(LiC_6) = n(e^-)$
- Je calcule la masse nécessaire de chacune des électrodes :
  - $m(FePO_4) = M(FePO_4) \cdot n(FePO_4)$
    AN : $m(FePO_4) = 151 \times 0{,}041 = 6{,}2$ g
  - $m(LiC_6) = M(LiC_6) \cdot n(LiC_6)$
    AN : $m(LiC_6) = 78{,}9 \times 0{,}041 = 3{,}2$ g

10. Je détermine la valeur moyenne U_{0m} des 10 mesures de la tension à vide :

$$U_{0m} = \frac{48{,}6 + 48{,}4 + 49{,}6 + 49{,}0 + 47{,}8 + 50{,}0 + 48{,}4 + 49{,}7 + 49{,}0 + 48{,}6}{10} = 48{,}9 \text{ V}$$

11. Je détermine l'écart-type expérimental σ_{n-1} (aussi noté Sx) lié à la mesure de la tension à vide :

En utilisant la calculatrice, j'obtiens $\sigma_{n-1} = 0{,}65$.

12. J'en déduis la valeur de l'incertitude-type par une approche statistique (type A) sur la moyenne U_{0m} de la tension à vide :

$u(U_{0m}) = \dfrac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$ avec n : nombre de mesures

AN : $u(U_{0m}) = \dfrac{0{,}65}{\sqrt{10}} = 0{,}2$ V

13. Je compare la valeur moyenne mesurée et la valeur de référence :

Afin de comparer les valeurs, je calcule l'écart-relatif : $ER = 100 \times \left(\dfrac{48{,}9 - 48{,}0}{48{,}9}\right) = 2\ \%$

Je conclus quant à la conformité de ce pack batterie :

L'écart-relatif entre la valeur moyenne mesurée et la valeur de référence est faible (inférieur à 5%) donc j'en déduis que ce pack batterie est tout-à-fait conforme.

EXERCICE 3

Question 1.

1. J'étudie le signe de $g'(t)$ sur $[0;+\infty[$:

t	0		1		$+\infty$	
6			+			6 est un nombre positif
e^{-t}			+			L'exponentielle est toujours positive
$1-t$		+	0	-		1-t est une fonction affine décroissante qui s'annule en t=1
$g'(t)$		+	0	-		

2. Je dresse le tableau de variations de g sur $[0;+\infty[$.

t	0		1		$+\infty$
$g'(t)$		+	0	-	
$g(t)$			$g(1)$		
	$g(0)$	↗		↘	$\lim\limits_{t \to +\infty} g(t)$

Question 2. Correction non réalisée.
Question 3. Correction non réalisée.
Question 4. Correction non réalisée.

Question 5.

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^2-2\mathrm{e}^x$.

1. On peut factoriser $f(x)=x^2-2\mathrm{e}^x$ mais il est plus simple de développer $\mathrm{e}^x(x^2\mathrm{e}^{-x}-2)$:

$\mathrm{e}^x(x^2\mathrm{e}^{-x}-2)=x^2e^{-x}e^x-2e^x$ or $e^{-x}=\frac{1}{e^x}$ donc :

$$\mathrm{e}^x(x^2\mathrm{e}^{-x}-2)=x^2\times\frac{1}{e^x}\times e^x-2e^x$$

$$\mathrm{e}^x(x^2\mathrm{e}^{-x}-2)=x^2\times\frac{e^x}{e^x}-2e^x$$

$$\mathrm{e}^x(x^2\mathrm{e}^{-x}-2)=x^2-2e^x$$

$$\mathrm{e}^x(x^2\mathrm{e}^{-x}-2)=f(x)$$

2. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)=\lim\limits_{x \to +\infty} e^x(x^2e^{-x}-2)$:

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x=+\infty$

par ailleurs :

$\lim_{x \to +\infty} e^{-x} = 0^+$ et $\lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$

mais par croissances comparées on sait que : $\lim_{x \to +\infty} x^2 e^{-x} = 0^+$

donc $\lim_{x \to +\infty} x^2 e^{-x} - 2 = -2$

donc

$\lim_{x \to +\infty} e^x (x^2 e^{-x} - 2) = -\infty$

Question 6. Correction non réalisée.

EXERCICE 4 – A : Effaroucheur d'oiseaux

1. Je détermine la valeur de la puissance électrique absorbée par le haut-parleur de l'effaroucheur en fonctionnement :

D'après les caractéristiques techniques du haut-parleur de l'effaroucheur :
La tension d'alimentation continue est U = 12 V ;
L'intensité du courant électrique en fonctionnement est I = 4,5 A.
La puissance électrique absorbée s'écrit donc $P = U \cdot I$

avec P : puissance électrique absorbée par le haut-parleur en W
U : tension d'alimentation en V
I : intensité du courant électrique en A

AN : $P = 12 \times 4{,}5 = 54$ W

2. J'indique si les fréquences utilisées par le haut-parleur sont adaptées pour faire fuir les oiseaux :

D'après les caractéristiques techniques du haut-parleur, les fréquences d'émission sont comprise entre 300 Hz et 5 kHz, bande de fréquences comprises dans les bandes de fréquences des oiseaux (qui sont comprises entre 10^{-1} Hz et plus de 10^4 Hz, soit comprises entre 0,1 Hz et 10 kHz).

$\Rightarrow$ Les fréquences utilisées par le haut-parleur sont adaptées pour faire fuir les oiseaux.

3. J'indique si ces fréquences sont audibles par l'oreille humaine et je justifie la réponse :

La bande de fréquences de l'audition humaine est comprise entre 20 Hz et 20 kHz, donc les fréquences utilisées par le haut-parleur de l'effaroucheur sont audibles par l'oreille humaine.

4. Je détermine la valeur de la longueur d'onde du signal de fréquence 300 Hz :

$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f}$

avec λ : longueur d'onde du signal en m
v : vitesse du son en $m \cdot s^{-1}$
f : fréquence du signal en Hz

AN : $\lambda = \frac{340}{300} = 1{,}13$ m

5. Je détermine la valeur de la fréquence du signal émis :

Je compte 8 périodes T_S sur la salve (sur l'écran de l'oscilloscope) sur 2 divisions.

$\Rightarrow 8\,T_S = 2 \times 100 = 200\ \mu s \Rightarrow T_S = \frac{200}{8} = 25\ \mu s \Rightarrow f_S = \frac{1}{T_S} = \frac{1}{25 \times 10^{-6}} = 40 \times 10^3$ Hz

J'en déduis que l'étudiant a bien utilisé des ultrasons :

La fréquence du signal émis étant égale à 40 kHz (donc supérieure à 20 kHz), l'étudiant a bien utilisé des ultrasons.

6. Je détermine la valeur expérimentale de la vitesse de propagation du son et je l'exprime en tenant compte de l'incertitude-type :

- $v = \dfrac{D}{\tau}$
  avec v : vitesse de propagation du son — en $m \cdot s^{-1}$
  D : distance séparant les deux récepteurs ultrasonores — en m
  τ : décalage horaire (retard) — en s
- Je détermine la valeur numérique du retard τ :
  J'utilise une échelle : sur l'écran de l'oscilloscope, 10,4 cm correspondent à 10 divisions soit 10×100 µs = 1 000 µs.
  Le décalage horaire correspond sur l'écran à 6,0 cm soit $6{,}0 \times \dfrac{1\,000}{10{,}4} = 580$ µs.
- Je peux maintenant calculer la vitesse de propagation du son : $v = \dfrac{18{,}1 \times 10^{-2}}{580 \times 10^{-6}} = 313\ m \cdot s^{-1}$
- J'exprime le résultat en tenant compte de l'incertitude-type : $v = 3{,}1 \pm 0{,}3\ m \cdot s^{-1}$

7. Je détermine la valeur de la surface du disque situé à une distance d = 1,0 m de la source S :

- Je calcule le rayon R du disque : $\tan\alpha = \dfrac{R}{d} \Rightarrow R = d \cdot \tan\alpha$
- Je calcule la valeur de la surface du disque : $Surf = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot d^2 \cdot \tan^2\alpha$
  avec Surf : surface du disque — en m²
  d : distance entre la source S et le disque — en m
  α : angle — en °
  AN : $Surf = \pi \times 1{,}0^2 \times \tan^2(60) = 9{,}4\ m^2$

8. Je vérifie que l'intensité acoustique **I** à 1,0 m de la source est proche de 3 $W \cdot m^{-2}$:

$I = \dfrac{P_{acoust}}{Surf}$

avec I : intensité acoustique — en $W \cdot m^{-2}$
P_{acoust} : puissance acoustique du haut-parleur — en W
(le constructeur indique une puissance acoustique de 30 W)
Surf : surface du disque de propagation du son — en m^2

AN : $I = \dfrac{30}{9{,}4} = 3{,}2\ W \cdot m^{-2}$

L'intensité acoustique I à 1,0 m de la source est donc proche de 3 $W \cdot m^{-2}$.

9. Je conclus quant à la véracité de l'information fournie par le fabricant concernant le niveau sonore à 1 m des haut-parleurs :

$L = 10 \log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$

avec L : niveau sonore — en dB
I : intensité acoustique — en $W \cdot m^{-2}$
I_0 : intensité acoustique minimale de référence — en $W \cdot m^{-2}$

AN : $I = 10 \log\left(\dfrac{3}{1{,}0 \times 10^{-12}}\right) = 125$ dB

Les caractéristiques techniques données par le fabricant indique un niveau sonore mesuré à 1 m des haut-parleurs supérieur à 120 dB, ce qui est vérifié par les calculs précédents.

EXERCICE 4 – B : Dégivrage

1. Je détermine la masse de glace m déposée sur l'aile de l'avion :

$m = \rho_{es} \cdot V = \rho_{es} \cdot S \cdot e$

avec m : masse de glace déposée sur l'aile de l'avion en kg

ρ_{es} : masse volumique de l'eau solide à – 10°C en $kg \cdot m^{-3}$

S : surface de glace sur l'aile en m²

e : épaisseur de glace sur l'aile en m

<u>*AN*</u> : $m = 1{,}0 \times 10^{3} \times 5{,}0 \times 0{,}5 \times 10^{-3} = 2{,}5$ kg

2. J'exprime puis je détermine la valeur E_1 de l'énergie nécessaire pour augmenter la température de la glace de –10°C à 0°C :

$E_1 = m \cdot c_{es} \cdot (\theta_f - \theta_1)$

avec E_1 : énergie nécessaire pour augmenter la température de la glace en J

m : masse de glace déposée sur l'aile de l'avion en kg

c_{es} : capacité thermique massique de l'eau solide en $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

θ_f : température finale de la glace en °C

θ_1 : température initiale de la glace en °C

<u>*AN*</u> : $E_1 = 2{,}5 \times 2\,090 \times (0{,}0 - (-10)) = 52 \times 10^{3}$ J

3. J'exprime puis je détermine la valeur E_2 de l'énergie nécessaire pour transformer à 0°C la glace en eau liquide :

$E_2 = m \cdot L$

avec E_2 : énergie nécessaire pour transformer la glace en eau liquide en kJ

m : masse de glace déposée sur l'aile de l'avion en kg

L : chaleur latente de fusion de la glace à 0°C en $kJ \cdot kg^{-1}$

<u>*AN*</u> : $E_2 = 2{,}5 \times 333 = 830$ kJ

4. J'en déduis la valeur de l'énergie totale nécessaire à cette opération de dégivrage :

$E = E_1 + E_2$

avec E : énergie totale nécessaire pour le dégivrage de l'aile en kJ

E_1 : énergie nécessaire pour augmenter la température de la glace en kJ

E_2 : énergie nécessaire pour transformer la glace en eau liquide en kJ

<u>*AN*</u> : $E = 52 + 830 = 882$ kJ

5. Je nomme et j'identifie les appareils M_1 et M_2 permettant la mesure de la tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance R et de l'intensité du courant dans le circuit :

M_1 est branché en série dans le circuit : il s'agit d'un ampère-mètre pour mesurer l'intensité du courant électrique dans le circuit.

M_2 est branché en parallèle sur l'ensemble des résistances : il s'agit d'un volt-mètre pour mesurer la tension aux bornes du conducteur ohmique.

6. Je précise les polarités de chaque appareil de mesure :

Le courant I entre dans l'ampère-mètre par sa borne positive et en ressort par la borne COM.

La tension U est la différence de potentiels entre les bornes + et – de la source de tension, la borne COM du voltmètre est donc reliée à la borne – du générateur.

7. Je détermine la valeur de l'incertitude-type de la tension sachant que le multimètre affiche une valeur de tension de 28,02 V :

Le multimètre affiche 28,02 V : 1 digit de l'appareil correspond donc à 0,01 V.

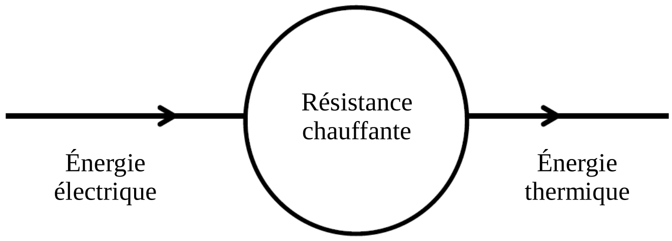
L'incertitude-type ΔU de la tension est égale à ± 0,5 % de la valeur lue + 4 digits.

$\Rightarrow \Delta U = \pm \frac{0{,}5}{100} \times 28{,}02 + 4 \times 0{,}01 = 0{,}2$ V

8. J’écris le résultat de la mesure de la tension avec l’incertitude-type associée :
Le résultat de la mesure de la tension U s'écrit : $U = U_{mes} \pm \Delta U$
avec U_{mes} la valeur mesurée arrondie en fonction de la valeur de l'incertitude-type.
$\Rightarrow$ $U = 28{,}0 \pm 0{,}2$ V

9. Je recopie sur la copie et je complète la chaîne énergétique de la résistance chauffante :

Chaîne énergétique simplifiée d’une résistance chauffante :



10. Je détermine la valeur de la puissance de la batterie nécessaire afin d’alimenter la totalité des résistances :
Le conducteur ohmique R est l'association de 5 éléments chauffants résistifs, consommant chacun une puissance électrique $P_E = 250$ W $\Rightarrow$ $P = 5 \times 250 = 1\,250$ W

11. Je détermine la durée t_1 permettant le dégivrage complet de l’aile et je commente le résultat :
$E = P \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \dfrac{E}{P}$
avec t_1 : durée permettant le dégivrage complet de l'aile en s
E : énergie totale nécessaire au dégivrage complet de l'aile en J
P : puissance des éléments chauffants nécessaire au dégivrage en W

AN : $t_1 = \dfrac{882 \times 10^3}{1250} = 708$ s soit aussi $t_1 = 11$ min 48 s

Une grosse dizaine de minutes me semble une durée suffisamment faible pour que le dégivrage complet soit efficace, par rapport aux durées de vol de l'avion. Et dans le cas où le givrage n'est pas complet sur l'aile, la durée de dégivrage en sera d'autant réduite, et donc d'autant plus efficace.