Baccalauréat général

Session Septembre 2023 – Métropole

Épreuve de Physique-Chimie

Sujet de spécialité n° 2

—

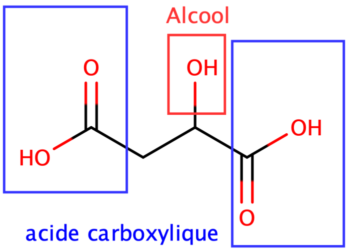
Proposition de corrigé

Ce corrigé est composé de 9 pages.

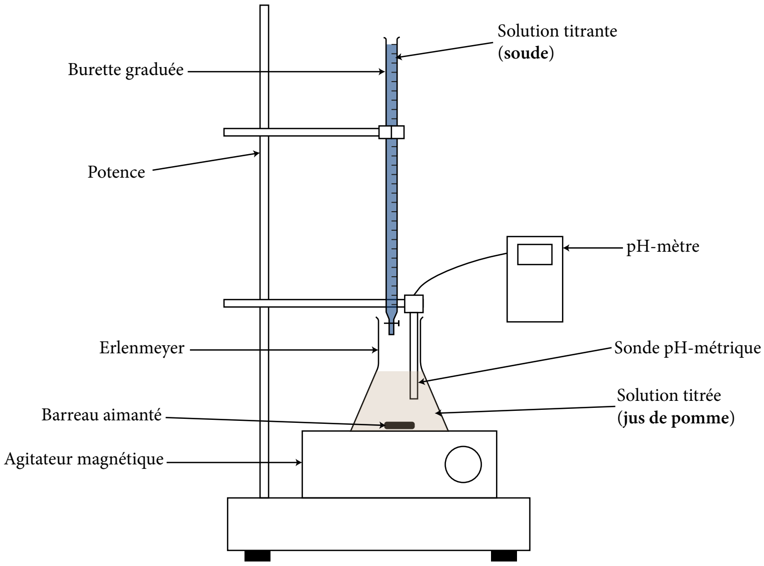
Exercice 1 — Juste une impression gustative ?

1. Étude de l'acidité d'un jus de pomme Granny Smith

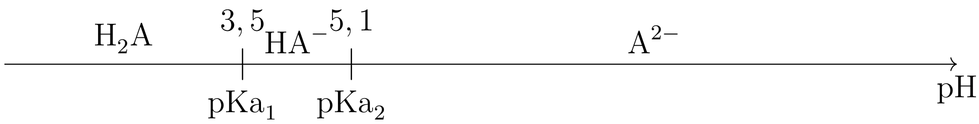
Q1. On représente la formule topologique de l'acide malique et nomme les groupes fonctionnels :



Q2. On souhaite titrer l'acide du jus de pomme par pH-métrie avec de la soude. Le montage utilisé sera le suivant :



Q3. On établit le diagramme de prédominance des espèces conjuguées de l'acide malique, noté H_2A :



Q4. Graphiquement, on lit $\underline{pH = 10,5}$ à la fin du titrage, ce qui signifie que l'espèce présente dans la solution finale est la base A^{2-}. Ce qui signifie nécessairement que l'équation support du titrage est la seconde :

$$H_2A + 2\,HO^- \longrightarrow A^{2-} + 2\,H_2O$$

Q5. À l'équivalence, on a par définition :

$$\frac{n_{H_2A,0}}{1} = \frac{n_{HO^-,eq}}{2}$$

Alors en concentration :

$$C_0 V_A = \frac{C_B V_E}{2} \implies C_0 = \frac{C_B V_E}{2 V_A}$$

Ou encore, en concentration massique avec $C_m = \frac{m}{V} = \frac{nM}{V} = CM$:

$$\boxed{C_{m,0} = \frac{C_B V_E}{2V_A} M(\mathrm{H_2A})}$$

D'où,

$$C_{m,0} = \frac{1,0 \times 10^{-1} \times 19}{2 * 20,0} \times 134,0 = \underline{6,4\,\mathrm{g \cdot L^{-1}}}$$

Ce qui est conforme à la valeur qui nous est donnée.

2. Dosage du glucose dans le jus de pomme Granny Smith

Q6. Dans la solution S_0, on ajoute bien, initialement, $n_0(\mathrm{I_2}) = 20 \times 10^{-3} \times 5,0 \times 10^{-2} = 1,0 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol}$ de diiode.

Q7. Le glucose étant le réactif limitant, alors on aura un avancement maximal $\xi_m = \frac{n_0(\mathrm{C_6H_{12}O_6})}{1}$. Alors on peut aisément écrire, pour le diiode ajouté en excès :

$$n_f(\mathrm{I_2}) = n_0(\mathrm{I_2}) - \xi_m \implies \xi_m = n_0(\mathrm{I_2}) - n_f(\mathrm{I_2})$$

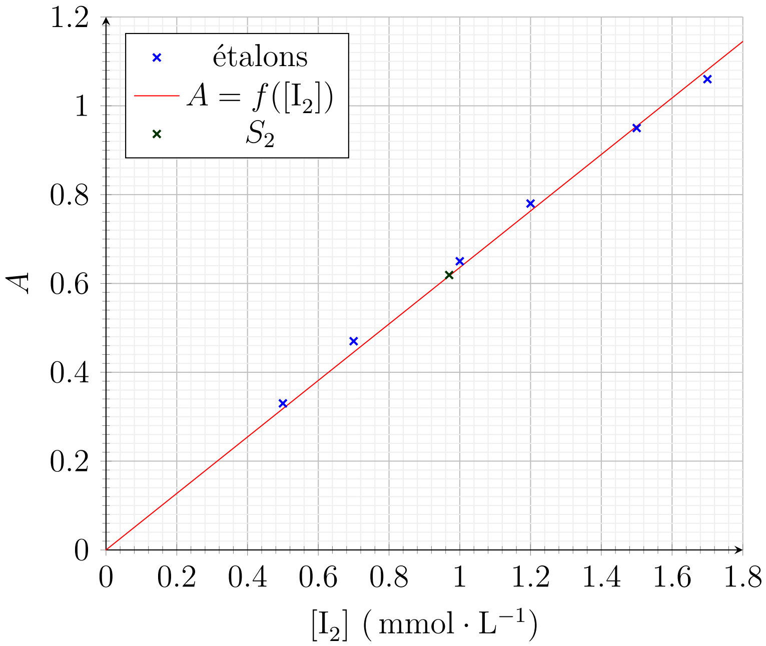
On a donc bien la relation :

$$\xi_m = \boxed{n_0(\mathrm{C_6H_{12}O_6}) = n_0(\mathrm{I_2}) - n_f(\mathrm{I_2})} \quad (1)$$

Q8. Le diiode, d'après son spectre d'absorbance, admet un maximum d'absorption à $\lambda = 450\,\mathrm{nm}$. D'après le cercle chromatique, elle apparaîtra donc de la couleur opposée, à savoir orange-jaune, ce qui est en accord avec celle qui nous est donnée.

Q9. On exploite désormais les résultats de la spectrophotométrie UV-visible afin de déterminer la concentration en diiode dans la solution dosée. Pour cela :

- On trace la régression linéaire passant par les points correspondant aux étalons ;
- on place l'absorbance A de la solution S_2 sur cette droite ;
- on lit graphiquement la valeur de la concentration en diiode de cette solution par exploitation de la loi de Beer-Lambert.



Graphiquement, on lit donc $A = 0,636[\mathrm{I_2}]$ et $\underline{c_2 = 0,97\,\mathrm{mmol\cdot L^{-1}}}$ pour S_2. La solution S_1 ayant été diluée 10 fois pour préparer S_2, et ayant un volume $V_1 = 75,0\,\mathrm{mL}$, il vient :

$$\boxed{n_f(\mathrm{I_2}) = 10c_2V_1} = 10 \times 0,97 \times 75 \times 10^{-3} = 0,7\,\mathrm{mmol}\,\underline{\sim 7 \times 10^{-4}\,\mathrm{mol}}$$

Q10. On cherche la concentration en masse de glucose dans le jus de pomme étudié. Par définition, cette concentration vaut :

$$C_m = \frac{m_g}{V}$$

Or, on a la relation (1) :

$$n_g = n_0(\mathrm{C_6H_{12}O_6}) = n_0(\mathrm{I_2}) - n_f(\mathrm{I_2})$$

Et comme $m_g = n_g M(\mathrm{C_6H_{12}O_6})$, il vient finalement :

$$\boxed{C_m = \frac{n_0(\mathrm{I_2}) - n_f(\mathrm{I_2})}{V} M(\mathrm{C_6H_{12}O_6}) = \frac{[\mathrm{I_2}]V_0(\mathrm{I_2}) - n_f(\mathrm{I_2})}{V} M(\mathrm{C_6H_{12}O_6})}$$

D'où,

$$C_m = \frac{5,0 \times 10^{-2} \times 20,0 \times 10^{-3} - 7 \times 10^{-4}}{10,0 \times 10^{-3}} \times 180,2 = \underline{5,4\,\mathrm{g\cdot L^{-1}}}$$

3. Perception en bouche d'un jus de pomme

Q11. Pour le jus de Granny Smith, on a le titre massique d'acide malique :

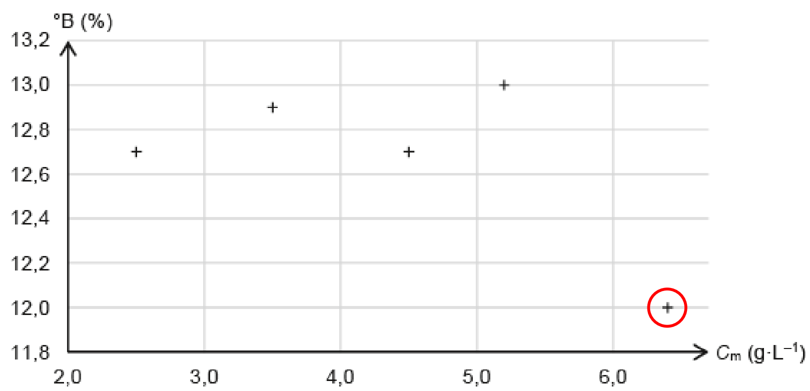
$$t_m = \frac{C_m}{\rho} = \frac{6,4}{1040} = 6,1 \times 10^{-3} = 0,61\,\%$$

Ce qui permet de calculer :

$$R = \frac{°\mathrm{B}}{t_m} = \frac{12,0}{0,61} = 20 < 25$$

Q12. On cherche une représentation graphique cohérente pour $°\mathrm{B} = f(C_m)$. Tout d'abord, plus le jus est acide, moins sa perception de sucré est forte. On cherche donc une fonction décroissante, ce qui correspond aux représentations A et B.

Q13. On entoure, sur le graphe de la figure A2, le point correspondant à la Granny Smith :



Q14. En observant ce graphe, on remarque aisément qu'il semble difficile de trouver une relation entre les deux grandeurs. Fondamentalement, la perception du sucré qui serait inhibée par l'acidité relèverait plus d'un ressenti biologique que d'une loi physique.

Exercice 2 — Mars vue sous l'œil de Kepler

1. Étude et utilisation des lois de Kepler

Q1. Les deux premières lois de Kepler sont :

- **Loi des orbites** : les planètes du système solaire décrivent une orbite elliptique, dont l'un des foyers est occupé par le soleil ;
- **Loi des aires** : Pour chaque corps en orbite, le rayon-vecteur balaie des aires égales en des temps égaux.

Les aires A_1 et A_2 étant parcourues en des temps égaux, alors la deuxième loi de Kepler nous permet d'affirmer qu'elles sont égales. La trajectoire étant elliptique, il est plutôt évident [1] que la planète Mars, pour parcourir ces deux aires en des temps égaux, devra se déplacer plus vite pour parcourir A_1 que A_2, et n'aura donc pas une vitesse constante. Le mouvement de Mars dans le référentiel héliocentrique n'est pas uniforme.

Q2. La variable définie à la ligne 8 est une année exprimée en secondes. On peut donc écrire :

```
an = 365.25 * 24 * 3600
```

Q3.
- Pour la ligne 16 : `# On calcule le cube du demi-grand axe, exprimé en mètres`
- Pour la ligne 17 : `# On calcule le carré des périodes, en secondes`

Q4. La figure tracée est la représentation graphique de $T^2 = f(a^3)$. On remarque que ces grandeurs sont proportionnelles, ce qui est en accord avec la troisième loi de Kepler, qui précise :

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{cste}$$

Q5. La période de révolution de Mars, en secondes, vaut :

$$T_M = 687 \times 24 \times 3600 = 5,93 \times 10^7\,\text{s}$$

D'où, ${T_M}^2 = 3,52 \times 10^{15}\,\text{s}^2$. On lit alors graphiquement

$${a_M}^3 = 1,15 \times 10^{34}\,\text{m}^3 \implies a_M = \sqrt[3]{1,15 \times 10^{34}} = \underline{2,3 \times 10^{11}\,\text{m}}$$

Ce qui place bien Mars à la quatrième position dans le système solaire.

2. Observer Mars à l'aide d'une lunette astronomique

Q6. On place sur la figure en annexe (page 9) l'objectif et l'oculaire.

Q7. Sur cette même figure, on trace la marche des rayons lumineux provenant de B_∞.

Q8. On y place également les angles θ_1 et θ_2.

Q9. On se place dans l'approximation des petits angles. Ainsi, on a $\theta_{1/2} \sim \tan(\theta_{1/2})$. Il vient alors, sur la partie intermédiaire :

$$\theta_2 = \frac{A_1B_1}{f'_{ocu}}$$

Et :

$$\theta_1 = \frac{A_1B_1}{f'_{obj}}$$

D'où, dans le grossissement :

$$G = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{\frac{A_1B_1}{f'_{ocu}}}{\frac{A_1B_1}{f'_{obj}}} = \frac{A_1B_1}{f'_{ocu}} \times \frac{f'_{obj}}{A_1B_1}$$

1. On laisse au lecteur le plaisir de le démontrer pour s'en convaincre…

Ce qui permet donc bien d'écrire, finalement :

$$\boxed{G = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}}}$$

Q10. On cherche l'oculaire à choisir pour que Mars nous apparaisse de la même taille que la Lune à l'œil nu. Autrement dit, on va chercher la valeur de grossissement tel que $h'_M = Gh_M = h_L$, ce qui revient à chercher G tel que $\theta_2 = G\theta_1 = \theta_L$. On a donc :

$$G\theta_1 = \theta_L \implies G\frac{h_M}{d_M} = \theta_L \implies \boxed{G = \frac{\theta_L d_M}{h_M}}$$

On calcule alors :

$$G = \frac{9,0 \times 10^{-3} \times 62,07 \times 10^6}{6794} = 82$$

Il faut donc, pour avoir un grossissement au moins égal à cette valeur, choisir l'oculaire de focale $\underline{f' = 10\,\text{mm}}$.

Exercice 3 — Imprimante à jet d'encre continu

Q1. On sait que la goutte, chargée négativement, est déviée vers le haut. Elle est donc attirée par la plaque P_1, et repoussée par la plaque P_2. On en déduit donc que P_1 est chargée négativement, et P_2 positivement.

De plus, le champ électrique est orienté vers les charges positives. Le champ $\vec{E}$ est donc dirigé de P_1 vers P_2.

Q2. On étudie le mouvement de la goutte, de charge et masse constantes, dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen. Les forces s'exerçant sur cette dernière sont son poids $m\vec{g}$ et la force électrostatique $\overrightarrow{F_e} = q\vec{E}$.

Sachant qu'on décide de négliger son poids lors de son mouvement entre les plaques, on peut lui appliquer la loi de quantité de mouvement :

$$m\vec{a_G} = q\vec{E} \implies \boxed{\vec{a_G} = \frac{q\vec{E}}{m}} \tag{1}$$

Q3. On souhaite obtenir les équations horaires de la position de la goutte. On commence par projeter (1) sur les axes x et z :

$$\begin{cases} a_{G,x} = 0 \\ a_{G,z} = -\frac{qE}{m} \end{cases}$$

On intègre alors cette relation :

$$\begin{cases} v_{G,x} = v_0 \\ v_{G,z} = -\frac{qE}{m}t \end{cases} \tag{2}$$

Et on obtient les équations horaires désirées en intégrant une seconde fois, la position initiale étant à l'origine du repère :

$$\boxed{\begin{cases} x_G(t) = v_0 t \\ z_G(t) = -\frac{qE}{2m}t^2 \end{cases}} \tag{3}$$

Q4. On souhaite déterminer le temps t_S mis par la goutte à sortir des armatures. Ce qui revient à chercher le temps t_S tel que $x_G(t_S) = L$. On a :

$$x_G(t_S) = L \iff v_0 t_S = L \iff \boxed{t_S = \frac{L}{v_0}} = \frac{2 \times 10^{-2}}{20} = \underline{1{,}0 \times 10^{-3}\,\text{s} = 1{,}0\,\text{ms}}$$

Et en $t_S = 1{,}0 \times 10^{-2}\,\text{s}$, on aura une déviation :

$$HS = z_G(t = t_S) = -\frac{-4 \times 10^{-13} \times 9 \times 10^5}{2 \times 2 \times 10^{-10}} \times (1{,}0 \times 10^{-3})^2 = \underline{9{,}0 \times 10^{-4}\,\text{m} = 0{,}9\,\text{mm}}$$

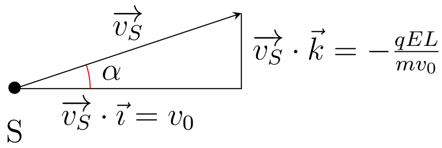
Q5. En exprimant (2) à $t = t_S$, il vient :

$$\overrightarrow{v_S} \begin{pmatrix} v_0 \\ -\frac{qE}{m}t_S \end{pmatrix}$$

Ou, en injectant l'expression de t_S en fonction des données du problème :

$$\boxed{\overrightarrow{v_S} \begin{pmatrix} v_0 \\ -\frac{qEL}{mv_0} \end{pmatrix}} \tag{4}$$

Q6. On cherche à exprimer l'angle α entre le vecteur $\overrightarrow{v_S}$ et l'horizontale. Pour cela, on se place dans le triangle rectangle :



On a donc bien :

$$\tan\alpha = \frac{-\frac{qEL}{mv_0}}{v_0} = -\frac{qEL}{m{v_0}^2}$$

Q7. Le mouvement entre la goutte et l'écran étant supposé rectiligne uniforme, alors l'angle α est constant, et on peut écrire, dans le triangle ISS' rectangle en S' :

$$\tan\alpha = \frac{IS'}{SS'} = \frac{IS'}{D} = \frac{H'I - H'S'}{D}$$

Or, comme $H'S' = HS$ et que la valeur de $\tan\alpha$ est connue, il vient :

$$-\frac{qEL}{m{v_0}^2} = \frac{H'I - HS}{D} \implies \boxed{H'I = HS - \frac{qELD}{m{v_0}^2}}$$

D'où,

$$H'I = 9\times10^{-4} - \frac{-4\times10^{-13}\times9\times10^{5}\times2\times10^{-2}\times3\times10^{-2}}{2\times10^{-10}\times20^2} = \underline{3,6\times10^{-3}\,\mathrm{m}}$$

On remarque donc que la hauteur du point d'impact est de $H'I = 3,6\,\mathrm{mm}$, ce qui est tout à fait cohérent avec la hauteur moyenne d'un caractère imprimé.

Q8. Fondamentalement, pour augmenter la taille du caractère imprimé, il suffit d'augmenter la distance entre les armatures et la feuille. Une autre solution est de jouer sur la force électrique, en réduisant la charge de la goutte, ou augmentant la force du champ $\vec{E}$.

On peut également réduire la vitesse initiale v_0, afin d'augmenter le temps de passage entre les armatures et donc la déviation.

* *
*

Proposé par T. Prévost (thomas.prevost@protonmail.com),
pour le site https://www.sujetdebac.fr/
Compilé le 6 octobre 2023.

Annexe : schéma d'optique pour l'exercice 2