

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2025 – Métropole

Épreuve de Physique-Chimie

Sujet de secours n° 2



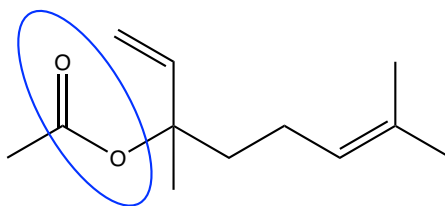
Proposition de corrigé

Ce corrigé est composé de 7 pages.

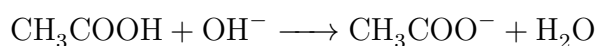
Exercice 1 — Savon : parfum, synthèse et utilisation

1. Utilisation de l'acide éthanoïque pour la synthèse de l'éthanoate de linalyle

Q1. On dessine la formule topologique de l'éthanoate de linalyle et on entoure son groupe caractéristique qui le place dans la famille des esters :



Q2. Le titrage de l'acide éthanoïque par la soude a pour équation support :



Q3. On a le produit ionique de l'eau :

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-]$$

Et il vient alors, dans le mélange (comme $K_e > 0$) :

$$-\log(K_e) = -\log([\text{H}_3\text{O}^+]_f[\text{OH}^-]_f) = -\log([\text{H}_3\text{O}^+]_f) - \log([\text{OH}^-]_f)$$

Alors finalement :

$$-\log(K_e) = \text{pH} - \log([\text{OH}^-]_f) \implies [\text{OH}^-]_f = 10^{\text{pH} + \log(K_e)}$$

D'où,

$$[\text{OH}^-]_f = 10^{4,6-14} = 4,0 \times 10^{-10} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Et comme $n = CV$, il vient bien la quantité de matière en ions hydroxyde dans le mélange :

$$n_{\text{OH}^-} = [\text{OH}^-]_f(V_A + V_B) = 4,0 \times 10^{-10} \times (5,0 + 50,0) \times 10^{-3} = 2,2 \times 10^{-11} \text{ mol}$$

Q4. On remarque que $[\text{OH}^-]_f \ll c_B$. La quantité d'ions hydroxyde à l'équilibre est négligeable, la réaction support du titrage peut donc bien être considérée comme totale.

Q5. On a, par définition, la vitesse volumique d'apparition de l'ester :

$$v_{\text{ester}} = \frac{\text{d}c_{\text{ester}}}{\text{d}t}$$

Et il vient alors, en quantité de matière, en considérant négligeable la variation de volume du milieu réactionnel au cours de la réaction :

$$v_{\text{ester}} = \frac{1}{V} \frac{\text{d}n_{\text{ester}}}{\text{d}t}$$

Q6. En observant la représentation graphique de l'évolution de la quantité de matière en ester, on remarque que la vitesse d'apparition de l'éthanoate de linalyle décroît dans le temps, elle tend même vers 0. Ce qui fait sens : la réaction étant lente et non totale, on forme de moins en moins d'ester au cours du temps.

Q7. On remarque, en étudiant la formule qui nous est donnée pour la constante d'équilibre de la réaction d'estérification, que si la quantité d'eau diminue, pour une quantité de réactifs constante, le seul moyen de maintenir K constante est d'augmenter la quantité d'ester produite.

En éliminant l'eau, on déplace donc l'équilibre dans le sens de la production de l'ester, ce qui permet d'améliorer le rendement.

2. Utilisation de l'anhydride éthanoïque pour la synthèse de l'éthanoate de linalyle

Q8. L'éthanoate de linalyle est très peu soluble dans l'eau, et est moins dense que cette dernière. Il se trouvera donc, lors de l'extraction, dans la phase organique qui sera au-dessus de la phase aqueuse.

Q9. On identifie, sur le chromatogramme qui nous est donné, que la phase organique est un mélange de linalol et d'éthanoate de linalyle.

Q10. On remarque, sur ce nouveau chromatogramme, l'absence de linalol dans la phase organique, ce qui signifie que ce dernier a pu réagir entièrement avec l'anhydride éthanoïque. L'APTS a donc servi de catalyseur.

Q11. Initialement, on a versé $V = 10 \text{ mL}$ de chaque réactif dans le milieu réactionnel.

Et comme $n = \frac{\rho V}{M}$, on a :

$$\begin{cases} n_{\text{C}_4\text{H}_6\text{O}_3}(t=0) = \frac{1,08 \times 10}{102} = 1,1 \times 10^{-1} \text{ mol} \\ n_{\text{C}_{10}\text{H}_{18}\text{O}}(t=0) = \frac{0,87 \times 10}{154} = 5,6 \times 10^{-2} \text{ mol} \end{cases}$$

On remarque alors que $n_{\text{C}_{10}\text{H}_{18}\text{O}}(t=0) < n_{\text{C}_4\text{H}_6\text{O}_3}(t=0)$, le linalol est bien le réactif limitant.

Dans ce cas, par la stœchiométrie de la réaction, il vient pour l'ester :

$$n_{\text{th}} = n_{\text{C}_{10}\text{H}_{18}\text{O}}(t=0) = 5,6 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

Or, expérimentalement, en considérant que la phase organique ne contient que de l'ester, on a obtenu :

$$n_{\text{exp}} = \frac{\rho_{\text{ester}} V_{\text{orga}}}{M(\text{ester})} = \frac{0,89 \times 9,4}{196} = 4,3 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

Finalement, on a le rendement de la réaction avec l'APTS :

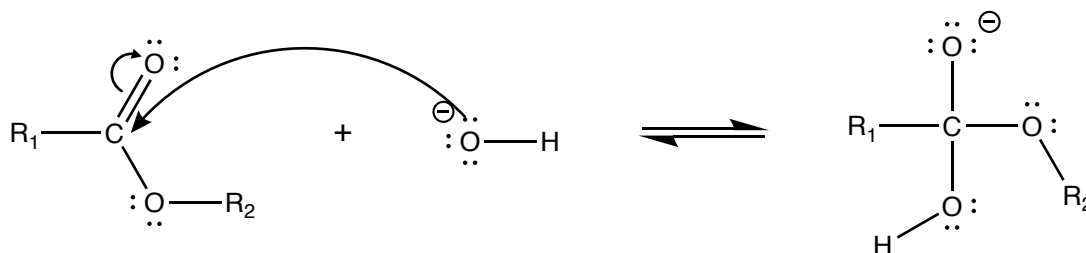
$$\boxed{\eta = \frac{n_{\text{exp}}}{n_{\text{th}}} = \frac{4,3 \times 10^{-2}}{5,6 \times 10^{-2}} = 77 \%}$$

Ce qui est du bon ordre de grandeur pour une estérification de ce type.

3. Synthèse et pouvoir moussant d'un savon – Dureté d'une eau

Q12. Sur l'ester, comme $\chi(\text{C}) < \chi(\text{O})$, le site accepteur sera l'atome de carbone.

Q13. On peut donc compléter la première étape du mécanisme avec des flèches courbes représentant des mouvements d'électrons :



Q14. On remarque à l'étape 1 l'ajout d'un groupe fonctionnel à la molécule de départ, ce qui permet d'identifier une **addition** nucléophile.

À l'étape 2, la molécule perd un groupe fonctionnel, c'est donc une **élimination**.

Finalement, l'étape 3 étant un échange de proton, il s'agit d'une **réaction acide-base**.

Q15. À l'équivalence, par définition, on a :

$$\frac{n_{X^{2+}}}{1} = \frac{n_{H_2Y^{2-}}}{1}$$

Ou, en concentration :

$$[X^{2+}]V_{\text{eau}} = cV_E$$

Ce qui donne bien la relation :

$$\boxed{[X^{2+}] = \frac{cV_E}{V_{\text{eau}}}}$$

Q16. On cherche la valeur du titre hydrique de l'eau étudiée. De la relation précédente, il vient :

$$[X^{2+}] = \frac{5,00 \times 10^{-3} \times 17,6}{50,00} = 1,76 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

D'où,

$$\text{TH} = 10^4 \times 1,76 \times 10^{-3} = \underline{17,6^\circ\text{f}}$$

Et l'incertitude sur cette valeur est alors, avec la formule qui nous est donnée :

$$u(\text{TH}) = 17,6 \times \sqrt{\left(\frac{0,1}{17,6}\right)^2 + \left(\frac{0,06}{5,00}\right)^2 + \left(\frac{0,03}{50,00}\right)^2} = \underline{0,2^\circ\text{f}}$$

Q17. La dureté d'une eau augmentant avec la concentration en ions calcium et magnésium, l'eau étudiée de dureté $\text{TH} = 17,6(\pm 0,2)^\circ\text{f}$ sera plus favorable à la mousse du savon que celle dont la dureté serait de 30°f .

Exercice 2 — Jeu de billes et gravité

Q1. La bille a pour masse volumique :

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}} = \frac{8,51 \times 10^{-3}}{1,07 \times 10^{-6}} = \underline{7,95 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}$$

Elle est donc très probablement en acier.

Q2. Au cours de son mouvement, la bille perd de l'altitude mais gagne de la vitesse. Il est donc possible d'affirmer que :

- la courbe 1 représente son énergie cinétique ;
- la courbe 2 représente son énergie potentielle de pesanteur.

Q3. D'après les données expérimentales, l'énergie mécanique semble rester constante. Cela signifie que le système n'est *a priori* pas soumis à des forces non conservatives, la bille n'est pas freinée par le support (ce qui est en accord avec la condition de roulement sans glissement).

Q4. On remarque que le programme calcule les vitesses de manière explicite, en interprétant la dérivée au point i comme le taux d'accroissement entre les instants $(i-1)$ et $(i+1)$. Les points A et B se situant aux deux limites, il n'existe pas de points avant A et après B permettant le calcul de la vitesse par cette méthode.

Q5. On commence par compléter le calcul de l'énergie potentielle :

$$\text{Ep}[i] = m * g * z[i]$$

On calcule ensuite l'énergie mécanique :

$$E_m[i] = E_c[i] + E_p[i]$$

Q6. En exploitant la conservation de l'énergie mécanique entre les instants $t = 0$ et $t(> 0)$, il vient :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_m(t=0) = \mathcal{E}_m(t) &\implies 0 + mgH = \frac{7}{10}mv(t)^2 + mg(H - h(t)) \\ &\implies mgH = \frac{7}{10}mv(t)^2 + mgH - mgh(t) \\ &\implies \frac{7}{10}mv(t)^2 = mgh(t) \implies v(t)^2 = \frac{10}{7}gh(t) \end{aligned}$$

Et comme $v(t) \geq 0$, on obtient bien :

$$v(t) = \sqrt{\frac{10}{7}gh(t)}$$

Q7. En reprenant l'expression trouvée précédemment, on remarque bien que $v(t)^2$ est linéairement dépendant de $h(t)$, ce qui est bien cohérent avec la représentation graphique qui nous est donnée.

Q8. Comme $v(t)^2 = \frac{10}{7}gh(t) = kh(t)$, il vient par identification :

$$g = \frac{7k}{10}$$

D'où, par lecture graphique,

$$g = \frac{7}{10} \times 14,53 = \underline{10,17 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}$$

Q9. À partir des valeurs mesurées, on calcule la valeur expérimentale moyenne :

$$g_{\text{moy}} = 9,98 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

On peut alors, à partir de la valeur de référence, calculer le Z-score :

$$Z = \frac{9,98 - 9,81}{0,11} = 1,5$$

La valeur mesurée expérimentalement étant à moins de $2u(g_{\text{moy}})$ de la référence, on peut estimer que la méthode présentée permet une bonne approximation de l'intensité de la pesanteur.

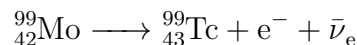
Exercice 3 — Utilisation médicale du technétium

1. Production du technétium

Q1. Le molybdène a pour numéro atomique $Z = 42$. Le noyau de molybdène 99 est donc composé de 42 protons et $99 - 42 = 57$ neutrons.

Q2. Deux isotopes sont deux noyaux présentant le même numéro atomique mais un nombre de masse différent (ils diffèrent donc uniquement par leur nombre de neutrons). D'après les données, deux isotopes stables du molybdène 99 sont donc le molybdène 98 (^{98}Mo) et le molybdène 97 (^{97}Mo).

Q3. On donne l'équation de désintégration β du noyau de molybdène 99 :



La particule émise lors de cette désintégration est un électron e^{-} (rigoureusement, on observe aussi l'émission d'un antineutrino $\bar{\nu}_e$).

Q4. Le temps de demi-vie est, par définition, le temps nécessaire pour qu'une population donnée de noyaux ait été réduite de moitié par désintégration.

Avec une demi-vie de 6 heures pour le technétium 99, le nombre de noyaux sera effectivement insuffisant au bout de quelques jours (on en perd déjà les trois-quarts en 12 heures).

2. Utilisation médicale de technétium en scintigraphie

Q5. Les photons émis par la source ont une fréquence :

$$E_{\text{Tc}} = h\nu \implies \boxed{\nu = \frac{E_{\text{Tc}}}{h}} = \frac{141 \times 10^3 \times 1,60 \times 10^{-19}}{6,63 \times 10^{-34}} = \underline{3,4 \times 10^{19} \text{ s}^{-1}}$$

Il s'agit donc bien d'un rayonnement gamma, compatible avec l'utilisation d'une gamma-caméra.

Q6. La quantité de technétium injectée au patient a une activité suffisante pour, sur la durée de la préparation et de l'injection, avoir une incidence sur l'opérateur, surtout lorsque cette exposition est régulière (plusieurs patients par jour / par semaine). Il est donc nécessaire de protéger l'opérateur du rayonnement gamma de la source à l'aide d'un verre au plomb autour de la seringue.

Q7. La décroissance radioactive est modélisée par l'équation différentielle :

$$\frac{dN(t)}{dt} + \lambda N(t) = 0 \quad (\mathcal{E})$$

Qui est une équation différentielle homogène du premier ordre, dont les solutions génériques ont la forme¹ :

$$N(t) = Ae^{-\lambda t}$$

Il faut donc exploiter les conditions aux limites pour identifier la constante A .

Or, à $t = 0$, on a $N(t = 0) = A = N_0$.

D'où, il vient la solution (unique) de $(\mathcal{E})$:

$$\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t}}$$

Q8. D'après les données, on a $A(t) = \lambda N(t)$. En reprenant le résultat précédent, il vient donc très logiquement, en multipliant des deux côtés par λ :

$$\lambda N(t) = A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} \implies \boxed{A(t) = A_0 e^{-\lambda t}}$$

Q9. Par définition, le temps de demi-vie est tel que :

$$A(t = t_{1/2}) = \frac{A_0}{2}$$

1. (cf le cours de maths)

Et en exploitant l'expression obtenue pour l'activité, il vient :

$$\begin{aligned}
 A(t = t_{1/2}) = \frac{A_0}{2} &\implies A_0 e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{A_0}{2} \\
 &\implies e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2} \\
 &\implies -\lambda t_{1/2} = -\ln(2) \\
 &\implies \boxed{\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}}
 \end{aligned}$$

Q10. On souhaite connaître le temps au bout duquel le patient pourra cesser de suivre des mesures spécifiques liées à l'activité du Technétium dans le corps.

On cherche alors t tel que $A(t) = 0,03A_0$ (l'activité est égale à 3 % de l'activité initiale).

On a :

$$A(t) = 0,03A_0 \implies A_0 e^{-\lambda t} = 0,03A_0 \implies -\lambda t = \ln(0,03) \implies t = -\frac{\ln(0,03)}{\lambda}$$

Et finalement, comme seule la demi-vie est connue, le temps d'attente sera donc :

$$\boxed{t = -\frac{\ln(0,03)}{\ln(2)} t_{1/2}}$$

D'où,

$$t = -\frac{\ln(0,03)}{\ln(2)} \times 6 = \underline{30,3 \text{ h}}$$

En ne prenant en compte que la décroissance radioactive, on comprend donc que l'examen peut impliquer de prendre des précautions pendant plus d'une journée, ce qui est plutôt contraignant pour le patient.

3. Pistes pratiques pour gérer les périodes de pénurie de technétium 99

Q11. L'un des avantages du thallium 201 est la nécessité d'une seule injection au lieu de 2 pour un examen. Cependant, il a le **désavantage** non négligeable d'avoir une demi-vie bien plus importante (3 jours pour le thallium contre 6 heures pour le technétium).

* *
*