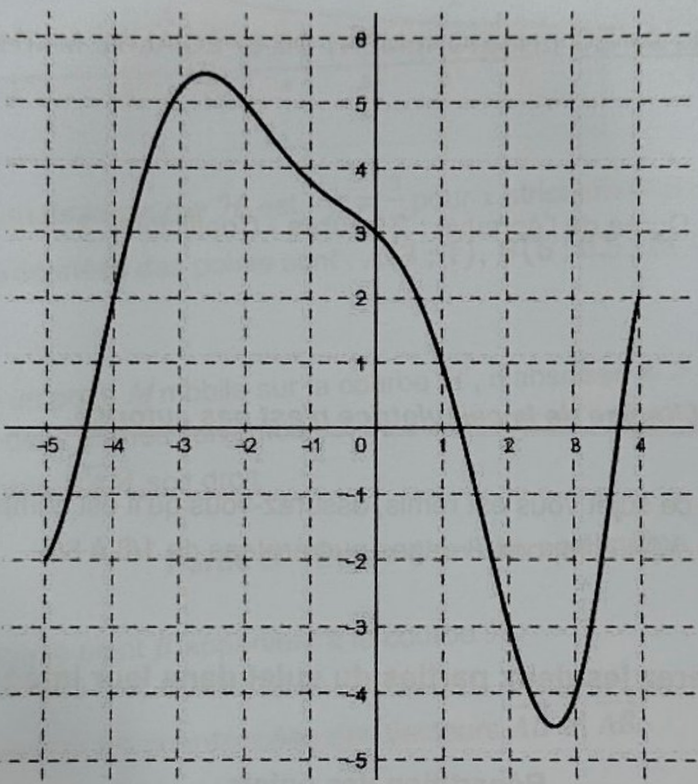
PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 points)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

Question 1

On considère la fonction f définie sur $[-5\,;4]$ représentée dans le repère ci-dessous :



Sur $[-5\,;4]$, l'équation $f(x) = -1$ admet :

A.	B.	C.	D.
zéro solution.	une seule solution.	deux solutions.	trois solutions.

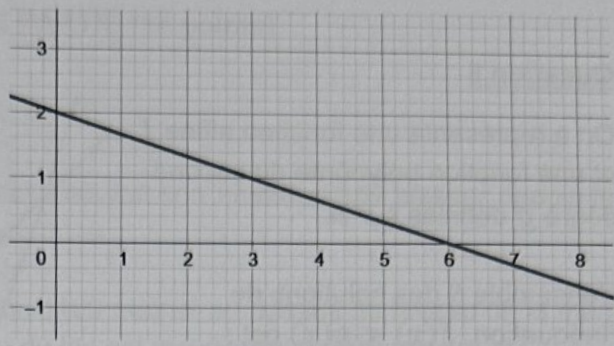
Question 2

Multiplier un nombre par 0,6 revient à le diminuer de :

A. 4 %	**B.** 6 %	**C.** 40 %	**D.** 60 %

Question 3

L'équation réduite de la droite représentée dans le repère ci-contre est :



A. $y = -2x + 6$	**B.** $y = 6x + 2$	**C.** $y = -\frac{1}{3}x + 2$	**D.** $y = -3x + 2$

Question 4

Un club de sport possède 200 adhérents répartis comme l'indique le tableau ci-dessous :

	Volley-ball	Basket-ball	Total
Enfant	80	50	130
Adulte	30	40	70
Total	110	90	200

On choisit au hasard un adhérent du club. On note les événements suivants :

E : « La personne choisie est un enfant. »

V : « La personne choisie pratique le volley-ball. »

On note $P_E(V)$ la probabilité que la personne choisie pratique le volley-ball sachant que c'est un enfant.

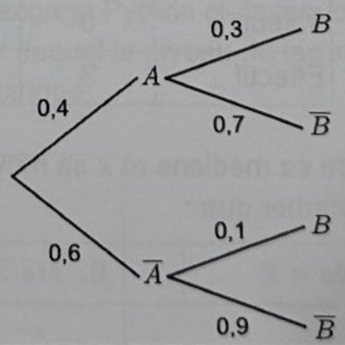
La probabilité $P_E(V)$ est égale à :

A. $\frac{8}{13}$	**B.** $\frac{8}{11}$	**C.** $\frac{8}{20}$	**D.** $\frac{11}{13}$

Question 5

Soient A et B deux événements.

En s'appuyant sur l'arbre pondéré ci-contre, calculer $P(B)$.

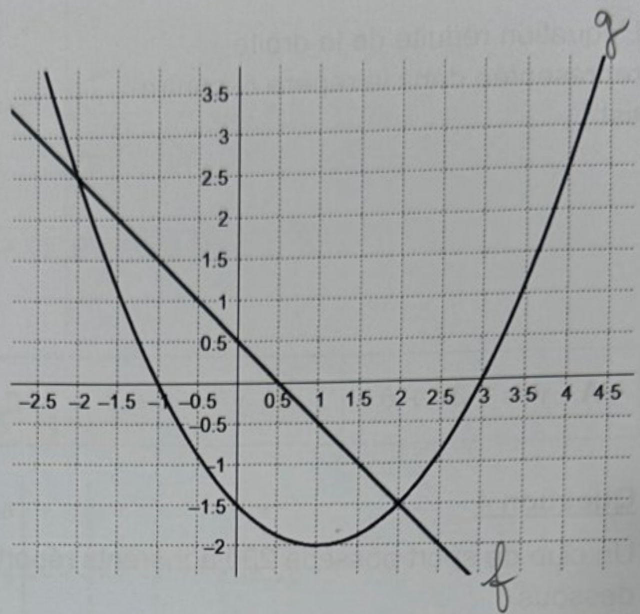


A. 0,4	**B.** 0,18	**C.** 0,72	**D.** 0,03

Question 6

On a représenté une fonction affine f et une fonction polynôme du second degré g définies sur $\mathbb{R}$.

L'ensemble S des solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ est :



A. $S =]-2\,;2[$	B. $S =]-\infty\,;-2[\,\cup\,]2\,;+\infty[$	C. $S =]-1\,;0{,}5[\,\cup\,]3\,;+\infty[$	D. $S =]-1\,;3[$

Question 7

Pour y réel non nul, on définit x par : $x = 3 + \dfrac{5}{y}$

On peut affirmer que :

A. $y = \dfrac{x}{8}$	B. $y = \dfrac{x-3}{5}$	C. $y = \dfrac{8}{x}$	D. $y = \dfrac{5}{x-3}$

Question 8

On considère la série statistique suivante :

Valeur	0	10	20	30	100
Effectif	3	1	2	2	2

On note Me sa médiane et $\bar{x}$ sa moyenne.
On peut affirmer que :

A. $Me = \bar{x}$	B. $Me > \bar{x}$	C. $Me < \bar{x}$	D. $Me > 30$

DEUXIÈME PARTIE (14 points)

Exercice 1 (7 points)

Un lac qui alimente une région en électricité voit son niveau d'eau baisser depuis le début des années 2000.

En 2020, le niveau du lac était d'environ 1100 mètres au-dessus du niveau de la mer. En dessous de 1020 mètres, le niveau du lac est insuffisant pour permettre la production d'énergie hydroélectrique.

Partie A – Étude d'un modèle discret

Dans cette partie, on estime que le niveau du lac, mesuré au-dessus du niveau de la mer, baisse de 1 % tous les ans.

On définit la suite (u_n) telle que u_n représente le niveau du lac en mètres n années après 2020, c'est-à-dire en 2020+n.

On a alors $u_0 = 1100$.

Aide aux calculs :

$1100 \times 0{,}99 = 1089$

$1100 \times 0{,}01 = 11$

$1100 \times 0{,}9 = 990$

1. Calculer u_1 et interpréter ce résultat.

2. a) Pour tout entier naturel n, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

b) En déduire la nature de la suite (u_n). On précisera sa raison.

c) Pour tout entier naturel n, en déduire une expression de u_n en fonction de n.

3. Écrire le calcul qui permet d'estimer le niveau du lac en 2028.
On ne demande pas d'effectuer ce calcul.

4. Recopier et compléter le programme écrit en langage Python ci-dessous afin qu'il affiche le nombre d'années après 2020 à partir duquel le niveau du lac sera insuffisant pour produire de l'énergie hydroélectrique.

```
u = 1100
n = 0
while .............................. :
    n = n + 1
    u = ..........................
print(n)
```

Partie B – Étude d'un modèle continu

Dans cette partie, l'évolution du niveau du lac est modélisée par une fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(t) = 1050\,\mathrm{e}^{-0{,}01t} + 50$$

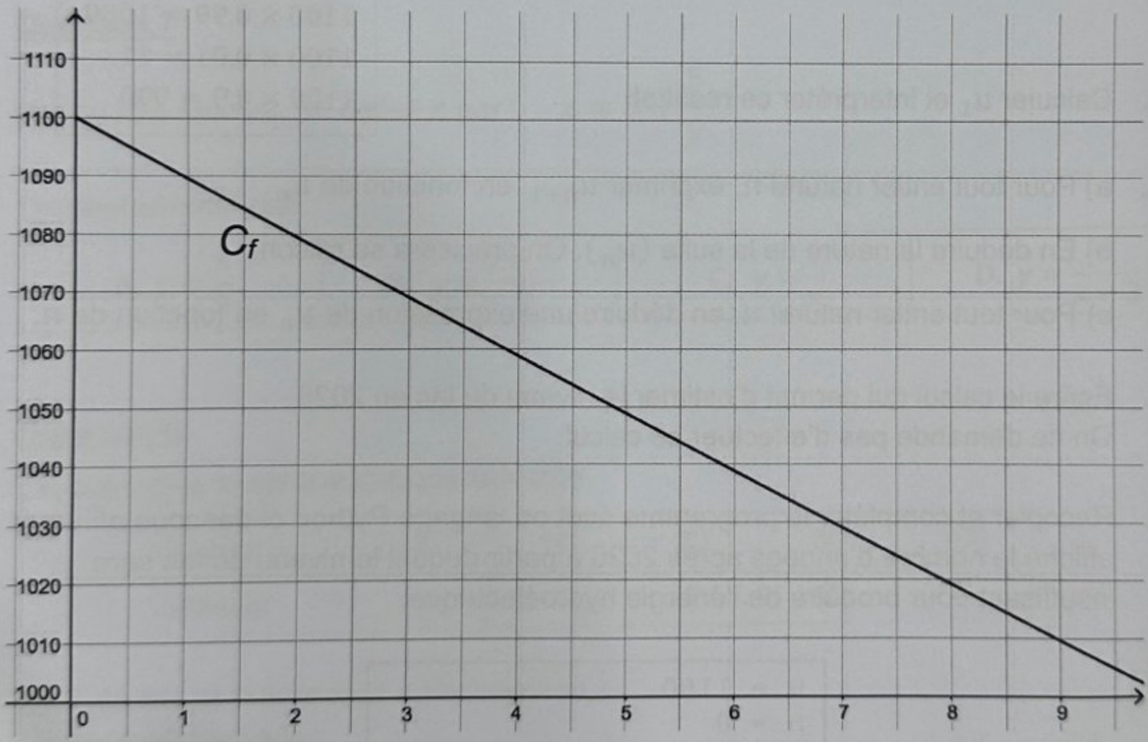
où $f(t)$ est le niveau du lac en mètres et t le temps écoulé en années, depuis 2020.

1. Le modèle proposé est-il cohérent avec le niveau du lac en 2020 ?
Justifier votre réponse.

2. Montrer que, pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, $f'(t) = -10{,}5\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}$.

3. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
Justifier.

4. On donne ci-dessous C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.



Lire, avec la précision permise par le graphique, l'année à partir de laquelle le niveau du lac sera insuffisant pour produire de l'énergie hydroélectrique.

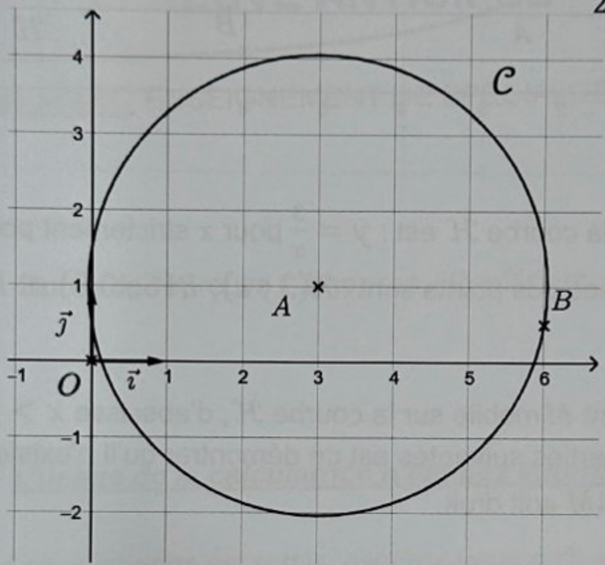
<u>Exercice 2</u> (7 points)

On se place dans un repère orthonormé $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ pour l'ensemble de l'exercice.

Partie A – Étude d'un cercle

Cette partie est indépendante des parties B et C qui suivent.

On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(3 ; 1)$ et de rayon $r = \dfrac{\sqrt{37}}{2}$.



1. Justifier que le cercle $\mathcal{C}$ admet pour équation :

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = \frac{37}{4}.$$

2. Démontrer que le point $B(6 ; 0{,}5)$ appartient au cercle $\mathcal{C}$.

Aide aux calculs :

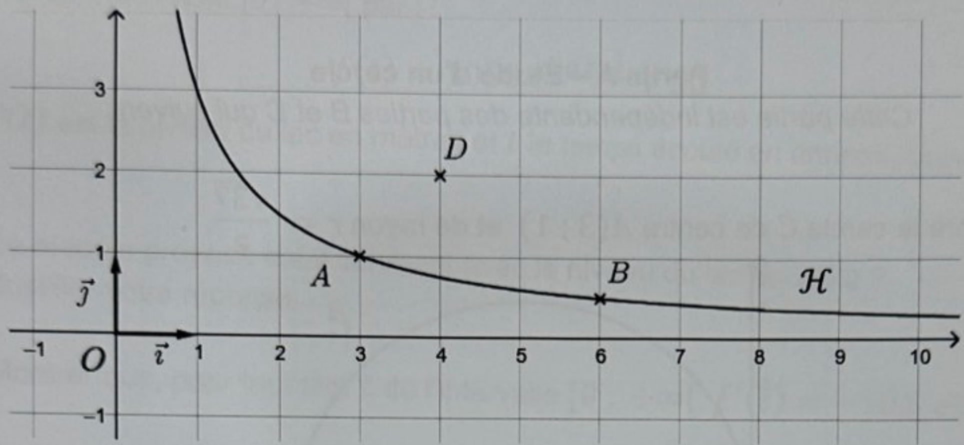
$9{,}25 = \dfrac{37}{4}$

$8{,}75 = \dfrac{35}{4}$

$0{,}5^2 = 0{,}25$

TOURNER LA PAGE

Pour la suite de l'exercice, on considère la figure ci-dessous et les données suivantes



- l'équation de la courbe $\mathcal{H}$ est : $y = \frac{3}{x}$ pour x strictement positif ;
- les coordonnées des points sont : $A(3\,;1)$, $B(6\,;0{,}5)$ et $D(4\,;2)$.

On considère un point M mobile sur la courbe $\mathcal{H}$, d'abscisse $x > 0$.
L'objectif des deux parties suivantes est de démontrer qu'il n'existe qu'un seul point M tel que l'angle $\widehat{DAM}$ soit droit.

Partie B – Étude d'un cas particulier

1. Justifier que le point B appartient à la courbe $\mathcal{H}$.

2. a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AB}$.

b) En déduire le produit scalaire $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$.

c) L'angle $\widehat{DAB}$ est-il droit ? Justifier.

Partie C – Étude du cas général

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 4x + 3 = 0$.

2. On rappelle que M est un point sur la courbe $\mathcal{H}$ d'abscisse $x > 0$.
Démontrer qu'il n'existe qu'un seul point M tel que l'angle $\widehat{DAM}$ est droit.

Toute trace de recherche pourra être valorisée.