

Corrigé du bac général 2026

Spécialité Mathématiques – Asie – Jour 2

BACCALURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2026

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collègue », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/Annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (5 points)

Partie A

1. La fonction f est définie sur $] -\infty; \frac{3}{2}[$, car le dénominateur $2x - 3$ ne doit pas s'annuler.

Pour tout $x < \frac{3}{2}$, on a :

$$f'(x) = \frac{(2x - 3) - 2(x - 2)}{(2x - 3)^2} = \frac{1}{(2x - 3)^2}$$

Ainsi, $f'(x) > 0$ sur $] -\infty; \frac{3}{2}[$, donc f est strictement croissante sur cet intervalle.

Pour la limite en $-\infty$, on compare les termes de plus haut degré :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2}{2x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

Pour la limite en $\frac{3}{2}$ à gauche, on a :

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^-} x - 2 = -\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^-} 2x - 3 = 0^-$$

Donc le quotient tend vers $+\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^-} f(x) = +\infty$$

On retrouve bien tous les éléments du tableau de variation.

2. Sur l'intervalle $[0; 1]$, la fonction f est croissante. Donc, pour tout $x \in [0; 1]$, on a :

$$f(0) \leq f(x) \leq f(1)$$

Or

$$f(0) = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad f(1) = \frac{-1}{-1} = 1$$

Ainsi,

$$\frac{2}{3} \leq f(x) \leq 1$$

On en déduit bien que, pour tout $x \in [0; 1]$, on a :

$$f(x) \in [0; 1]$$

Partie B

1. On raisonne par récurrence.

Initialisation :

On a

$$u_0 = 0 \quad \text{et} \quad u_1 = f(0) = \frac{2}{3}$$

Donc

$$0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$$

La propriété est vraie au rang 0.

Hérédité :

Supposons que, pour un certain entier naturel n ,

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$$

Comme u_n et u_{n+1} appartiennent à $[0; 1]$, et comme f est croissante sur cet intervalle, on obtient :

$$f(u_n) \leq f(u_{n+1})$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} \leq u_{n+2}$$

De plus, d'après la question A.2, comme $u_{n+1} \in [0; 1]$, alors

$$u_{n+2} = f(u_{n+1}) \in [0; 1]$$

Ainsi,

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$$

La propriété est donc héréditaire.

Conclusion :

Par récurrence, pour tout entier naturel n , on a :

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$$

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est croissante et majorée par 1.

Une suite croissante et majorée est convergente. Donc la suite (u_n) converge.

3. On note ℓ la limite de la suite. Comme tous les termes de la suite appartiennent à $[0; 1]$, on a aussi :

$$\ell \in [0; 1]$$

La fonction f est continue sur $[0; 1]$, donc en passant à la limite dans la relation

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

on obtient :

$$\ell = f(\ell)$$

On résout alors l'équation :

$$\ell = \frac{\ell - 2}{2\ell - 3}$$

Comme $\ell \in [0; 1]$, on a bien $2\ell - 3 \neq 0$. On peut donc multiplier :

$$\begin{aligned} \ell(2\ell - 3) &= \ell - 2 \\ \Leftrightarrow 2\ell^2 - 3\ell &= \ell - 2 \\ \Leftrightarrow 2\ell^2 - 4\ell + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2(\ell - 1)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \ell &= 1 \end{aligned}$$

La limite de la suite est donc 1.

4. La fonction seuil(h) calcule les termes successifs de la suite jusqu'à ce que l'on ait :

$$u_n \geq 1 - h$$

L'appel seuil(0.0001) renvoie 5000. Cela signifie que 5000 est le premier rang à partir duquel le terme de la suite est supérieur ou égal à $1 - 0,0001$, c'est-à-dire à 0,9999.

Autrement dit :

$$u_{4999} < 0,9999 \leq u_{5000}$$

Comme la suite est croissante et converge vers 1, cela signifie aussi que pour tout $n \geq 5000$, u_n est à moins de 10^{-4} de sa limite.

5.a. Les quatre premiers termes, en partant de u_0 , sont :

$$\begin{aligned} u_0 &= 0 & u_1 &= \frac{2}{3} \\ u_2 &= f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{5} & u_3 &= f\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{6}{7} \end{aligned}$$

5.b. On peut conjecturer que, pour tout entier naturel n , on a :

$$u_n = \frac{2n}{2n + 1}$$

Démontrons cette formule par récurrence.

Initialisation :

Pour $n = 0$,

$$\frac{2 \times 0}{2 \times 0 + 1} = 0$$

Donc la formule est vraie au rang 0.

Hérédité :

Supposons que, pour un certain entier naturel n ,

$$u_n = \frac{2n}{2n + 1}$$

Alors

$$u_{n+1} = \frac{u_n - 2}{2u_n - 3}$$

En remplaçant u_n par l'expression conjecturée :

$$u_{n+1} = \frac{\frac{2n}{2n+1} - 2}{2 \frac{2n}{2n+1} - 3}$$

On simplifie le numérateur et le dénominateur :

$$u_{n+1} = \frac{\frac{2n - 2(2n + 1)}{2n + 1}}{\frac{4n - 3(2n + 1)}{2n + 1}} = \frac{-2n - 2}{-2n - 3} = \frac{2n + 2}{2n + 3}$$

Or

$$\frac{2n + 2}{2n + 3} = \frac{2(n + 1)}{2(n + 1) + 1}$$

La formule est donc vraie au rang $n + 1$.

Conclusion :

Par récurrence, pour tout entier naturel n ,

$$u_n = \frac{2n}{2n + 1}$$

EXERCICE 2 (5 points)

Partie A

1. Les 16 lancers-francs sont effectués dans des conditions identiques et sont indépendants deux à deux. Chaque lancer a deux issues possibles : réussite ou échec.

La probabilité de réussite est :

$$p = 0,492$$

La variable aléatoire X , qui compte le nombre de lancers-francs réussis parmi 16, suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 16$ et $p = 0,492$:

$$X \sim \mathcal{B}(16; 0,492)$$

2. L'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p vaut np . Donc :

$$E(X) = 16 \times 0,492 = 7,872$$

Cela signifie que, sur un grand nombre de matchs où le joueur effectue 16 lancers-francs, il réussirait en moyenne environ 7,872 lancers-francs par match, c'est-à-dire environ 8.

3. On utilise la formule de la loi binomiale :

$$P(X = 5) = \binom{16}{5} \times 0,492^5 \times (1 - 0,492)^{11} = \binom{16}{5} \times 0,492^5 \times 0,508^{11}$$

À la calculatrice, on obtient :

$$P(X = 5) \approx 0,073$$

4. On cherche :

$$P(X \geq 6)$$

On peut passer par l'événement contraire :

$$P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5)$$

À la calculatrice :

$$P(X \geq 6) \approx 0,883$$

Le joueur a donc environ 88,3% de chances de réussir au moins six lancers-francs.

Partie B

1. Le joueur effectue 3 lancers-francs, donc le nombre de réussites possibles est :

$$0, 1, 2, 3$$

Ainsi, la variable aléatoire Y prend ses valeurs dans :

$$\{0; 1; 2; 3\}$$

2. L'événement ($Y = 2$) correspond au fait que le joueur réussit exactement 2 lancers-francs parmi 3.

On a donc :

$$P(Y = 2) = \binom{3}{2} p^2 (1 - p) = 3p^2(1 - p)$$

3. La variable aléatoire Y suit une loi binomiale de paramètres 3 et p . On obtient donc le tableau suivant :

k	0	1	2	3
$P(Y = k)$	$(1 - p)^3$	$3p(1 - p)^2$	$3p^2(1 - p)$	p^3

4. On a :

$$P(Y \geq 2) = P(Y = 2) + P(Y = 3)$$

Donc :

$$P(Y \geq 2) = 3p^2(1 - p) + p^3 = 3p^2 - 3p^3 + p^3 = -2p^3 + 3p^2$$

5.a. La fonction f est définie et dérivable sur $[0; 1]$:

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2$$

On calcule sa dérivée :

$$f'(x) = -6x^2 + 6x = 6x(1 - x)$$

Sur l'intervalle $[0; 1]$, on a $x \geq 0$ et $1 - x \geq 0$. Donc :

$$f'(x) \geq 0$$

La fonction f est donc croissante sur $[0; 1]$.

De plus :

$$f(0) = 0 \quad \text{et} \quad f(1) = 1$$

Le tableau de variation est donc :

x	0		1
$f'(x)$	0	+	0
$f(x)$	0		

5.b. La fonction f est continue sur $[0; 1]$, car c'est une fonction polynôme. D'après la question précédente, elle est croissante sur $[0; 1]$, avec :

$$f(0) = 0 \quad \text{et} \quad f(1) = 1$$

Or :

$$0 < 0,9 < 1$$

Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe au moins une valeur $\alpha \in [0; 1]$ telle que :

$$f(\alpha) = 0,9$$

Comme f est strictement croissante sur $]0; 1[$, cette valeur est unique.

5.c. On calcule :

$$f(0,80) = -2 \times 0,80^3 + 3 \times 0,80^2 = 0,896$$

et

$$f(0,81) = -2 \times 0,81^3 + 3 \times 0,81^2 \approx 0,905$$

On a donc :

$$f(0,80) < 0,9 < f(0,81)$$

Comme f est strictement croissante sur $[0; 1]$, on en déduit :

$$0,80 < \alpha < 0,81$$

Cet encadrement est bien d'amplitude 10^{-2} .

5.d. D'après la question B.4, $f(p)$ est la probabilité que le joueur réussisse au moins 2 lancers-francs sur 3.

Or α est défini par :

$$f(\alpha) = 0,9$$

Ainsi, si $p = \alpha$, alors la probabilité que le joueur réussisse au moins 2 lancers-francs sur 3 est égale à 0,9.

Comme $0,80 < \alpha < 0,81$, cela correspond à une probabilité de réussite à un lancer-franc comprise entre 80% et 81%.

EXERCICE 3 (5 points)

1.a. On considère les vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 1; -2)$$

$$\overrightarrow{AC} = (1; -1; 3)$$

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires : par exemple, les premières coordonnées donneraient un coefficient -2 , mais les deuxièmes coordonnées ne correspondent pas.

Donc les points A , B et C ne sont pas alignés. Ils définissent donc un plan.

1.b. On vérifie que le vecteur $\vec{n}(1; 4; 1)$ est orthogonal à deux vecteurs directeurs du plan (ABC) .

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 1 \times (-2) + 4 \times 1 + 1 \times (-2) = 0$$

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 \times 1 + 4 \times (-1) + 1 \times 3 = 0$$

Le vecteur \vec{n} est donc orthogonal à \overrightarrow{AB} et à \overrightarrow{AC} . Comme ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires, \vec{n} est normal au plan (ABC) .

1.c. Le plan (ABC) admet pour vecteur normal $\vec{n}(1; 4; 1)$. Une équation cartésienne de ce plan est donc de la forme :

$$x + 4y + z + d = 0$$

Comme le point $A(1; 2; 3)$ appartient au plan, on obtient :

$$1 + 4 \times 2 + 3 + d = 0$$

$$\Leftrightarrow 12 + d = 0$$

$$\Leftrightarrow d = -12$$

Ainsi, une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$$x + 4y + z - 12 = 0$$

2.a. La droite (d) est perpendiculaire au plan (ABC), donc elle a pour vecteur directeur un vecteur normal au plan, par exemple $\vec{n}(1; 4; 1)$.

Comme elle passe par $D(3; -2; -1)$, une équation paramétrique de (d) est :

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

2.b. Le point H est le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC). Il appartient donc à la droite (d) et au plan (ABC).

On remplace les coordonnées de la droite dans l'équation du plan :

$$(3 + t) + 4(-2 + 4t) + (-1 + t) - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow -18 + 18t = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1$$

On remplace alors t par 1 dans l'équation paramétrique de la droite :

$$H(4; 2; 0)$$

2.c. La distance du point D au plan (ABC) est la longueur DH .

$$\overrightarrow{DH} = (4 - 3; 2 - (-2); 0 - (-1)) = (1; 4; 1)$$

Donc :

$$DH = \sqrt{1^2 + 4^2 + 1^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Ainsi, la distance du point D au plan (ABC) est bien égale à $3\sqrt{2}$.

3.a. On utilise les vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 1; -2) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC} = (1; -1; 3)$$

On calcule leur produit scalaire :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-2) \times 1 + 1 \times (-1) + (-2) \times 3 = -9$$

De plus :

$$AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3$$

$$AC = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 3^2} = \sqrt{11}$$

Donc :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \times AC} = \frac{-9}{3\sqrt{11}} = -\frac{3}{\sqrt{11}}$$

En rationalisant :

$$\cos(\widehat{BAC}) = -\frac{3\sqrt{11}}{11}$$

3.b. On sait que :

$$\sin^2(\widehat{BAC}) + \cos^2(\widehat{BAC}) = 1$$

Donc :

$$\sin^2(\widehat{BAC}) = 1 - \left(-\frac{3\sqrt{11}}{11}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \sin^2(\widehat{BAC}) = 1 - \frac{99}{121}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2(\widehat{BAC}) = \frac{22}{121}$$

Comme \widehat{BAC} est un angle géométrique, son sinus est positif. Ainsi :

$$\sin(\widehat{BAC}) = \frac{\sqrt{22}}{11}$$

3.c. L'aire du triangle ABC est donnée par :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin(\widehat{BAC})$$

On remplace par les valeurs trouvées :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{11} \times \frac{\sqrt{22}}{11} = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{11\sqrt{2}}{11} = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

4. On choisit comme base du tétraèdre le triangle ABC . La hauteur associée est alors la distance du point D au plan (ABC) , c'est-à-dire :

$$h = 3\sqrt{2}$$

D'après la question 3.c, l'aire de la base vaut :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Le volume du tétraèdre $ABCD$ est donc :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times h = \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2} = \frac{1}{3} \times 9 = 3$$

EXERCICE 4 (5 points)

1. L'affirmation 1 est fausse.

La fonction f est deux fois dérivable sur \mathbb{R} . On calcule :

$$f'(x) = 5 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{1}{2}x + 3\right)^4 = -\frac{5}{2} \left(-\frac{1}{2}x + 3\right)^4$$

puis :

$$f''(x) = -\frac{5}{2} \times 4 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{1}{2}x + 3\right)^3 = 5 \left(-\frac{1}{2}x + 3\right)^3$$

Le signe de $f''(x)$ est donc du signe de $-\frac{1}{2}x + 3$. En particulier :

$$-\frac{1}{2}x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 6$$

Ainsi, $f''(x) \geq 0$ sur $] -\infty; 6]$, mais $f''(x) < 0$ sur $]6; +\infty[$.

La fonction f n'est donc pas convexe sur \mathbb{R} .

2. L'affirmation 2 est vraie.

Les multiples de 8 compris entre 1 et 32 sont :

$$8, 16, 24, 32$$

Il y en a donc 4. Les autres jetons sont au nombre de :

$$32 - 4 = 28$$

Le nombre total de tirages possibles est :

$$\binom{32}{5}$$

Le nombre de tirages ne contenant aucun multiple de 8 est :

$$\binom{28}{5}$$

Donc le nombre de tirages contenant au moins un multiple de 8 est :

$$\binom{32}{5} - \binom{28}{5} = 201376 - 98280 = 103096$$

3. L'affirmation 3 est fausse.

D'après l'arbre, on a :

$$P(A) = \frac{2}{5} \quad P_A(B) = \frac{1}{4} \quad P(\bar{A}) = \frac{3}{5} \quad P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{7}{10}$$

Donc :

$$P_{\bar{A}}(B) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$$

On calcule :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

et :

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{50}$$

Ainsi :

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{10} + \frac{9}{50} = \frac{14}{50}$$

On cherche :

$$P_B(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)}$$

Donc :

$$P_B(\bar{A}) = \frac{\frac{9}{50}}{\frac{14}{50}} = \frac{9}{14}$$

On obtient $\frac{9}{14}$, et non $\frac{9}{50}$. L'affirmation est donc fausse.

4. L'affirmation 4 est vraie

On dérive :

$$h'(x) = -e^{-x}\sin(x) + e^{-x}\cos(x)$$

Donc :

$$h'(x) + h(x) = -e^{-x}\sin(x) + e^{-x}\cos(x) + e^{-x}\sin(x) = e^{-x}\cos(x)$$

La fonction h est donc bien solution de l'équation différentielle.

5. L'affirmation 5 est fausse.

On teste les fonctions de la forme :

$$k(x) = Ce^{-x}\sin(x)$$

On obtient, de la même façon que précédemment :

$$k'(x) + k(x) = Ce^{-x}\cos(x)$$

Pour que k soit solution de l'équation différentielle, il faudrait donc :

$$C e^{-x} \cos(x) = e^{-x} \cos(x)$$

ce qui impose $C = 1$. Les fonctions de la forme $C e^{-x} \sin(x)$ ne sont donc pas toutes solutions.

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :

www.sujetdebac.fr/Annales/specialites/spe-mathematiques/