

ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE
SUJET ZÉRO n°2

L'usage d'une calculatrice est autorisé.

Exercice 1 : Des instruments, des notes et des gammes (10 points sur 20)

Les instruments de musique produisent des sons auxquels l'oreille humaine associe certaines caractéristiques : hauteur, timbre et intensité. La répartition des notes dans une gamme a été retenue pour qu'elles sonnent de manière harmonieuse les unes par rapport aux autres. La recherche de cette harmonie a conduit à différents types de gammes, des gammes dites de Pythagore aux gammes tempérées.

Le sujet est composé de deux parties largement indépendantes

Partie 1 : des instruments et des notes

Les cordes d'un piano vibrent lorsqu'elles sont frappées par de petits marteaux actionnés par les touches du clavier. Les sons produits par le piano résultent de ces vibrations.

Document 1 : notes associées aux touches d'un piano pour l'octave Do3 - Do4 et fréquences associées en hertz (Hz)

Do# 278		Ré# 312		Fa# 371		Sol# 416		La# 467			
Do3 262	Ré 294	Mi 330	Fa 350	Sol 393	La 441	Si 495	Do 524				

- 1- Calculer la fréquence associée au La4 située une octave au-dessus du La3.
- 2- On s'intéresse aux sons produits par ce piano. Un système d'acquisition informatisé permet l'enregistrement et la visualisation des signaux associés à ces sons.

Document 2 : signaux enregistrés correspondant à des notes de musique jouées par un piano

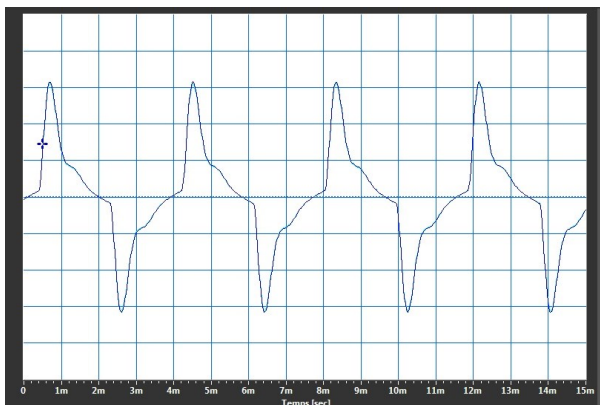


Figure 1

Signal sonore en fonction du temps. Une graduation horizontale correspond à 1,0 ms.

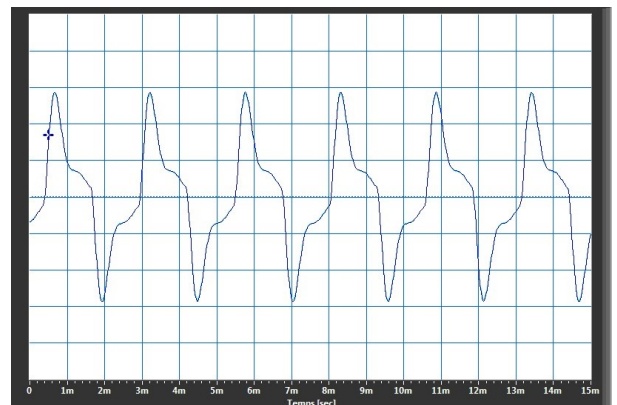


Figure 2

Signal sonore en fonction du temps. Une graduation horizontale correspond à 1,0 ms.

2-a- Justifier que les figures 1 et 2 correspondent à deux notes différentes.

2-b- Identifier les notes correspondantes aux figures 1 et 2.

Partie 2 : des notes et des gammes

La théorie musicale étant fondée sur des rapports de fréquences, on décide de simplifier les calculs en attribuant la valeur 1 (sans unité) à une fréquence choisie comme référence. Celle-ci correspond à une note de référence (par exemple 262 Hz pour le Do 3). On retrouve ensuite les fréquences réelles en multipliant les valeurs calculées par la fréquence de la note de référence.

La construction des gammes dites de Pythagore est basée sur le cycle des quintes : on part de la fréquence de valeur $f_0 = 1$. On construit une nouvelle fréquence, la quinte, en multipliant f_0 par $\frac{3}{2}$. On réitère ce processus pour obtenir la quinte de la quinte, et ainsi de suite. À certaines étapes, le fait de multiplier par $\frac{3}{2}$ une fréquence f comprise entre 1 et 2 peut donner une fréquence supérieure ou égale à 2. On se propose de démontrer que, si on divise par 2 la valeur obtenue, on la ramène dans l'octave.

3- On suppose que $1 \leq f < 2$ et on raisonne par disjonction de cas :

- premier cas : $1 \leq f < \frac{4}{3}$. Montrer que $1 \leq \frac{3}{2} \times f < 2$
- deuxième cas : $\frac{4}{3} \leq f < 2$. Montrer que $2 \leq \frac{3}{2} \times f$ et $1 \leq \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} f < 2$

4- L'algorithme suivant permet de calculer les fréquences des notes successivement obtenues par ce processus jusqu'à ce qu'on retombe sur la fréquence initiale.

```
f ← 1
f ←  $\frac{3}{2} \times f$ 
n ← 1
Tant que f ≠ 1 faire
    n ← n + 1
    f ←  $f \times \frac{3}{2}$ 
    Si f ≥ 2 alors f ←  $f \times \frac{1}{2}$ 
Fin Si
Fin Tant que
```

Recopier et compléter le tableau ci-dessous en donnant les valeurs des 12 premières quintes obtenues par cet algorithme. Les résultats seront donnés d'abord sous forme exacte comme quotients d'une puissance de 2 par une puissance de 3, puis par leurs valeurs décimales approchées au centième obtenues à l'aide de la calculatrice.

Numéro de la note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Fréquence (fraction irréductible)	1	$\frac{3}{2}$				$\frac{3^5}{2^7}$	$\frac{3^6}{2^9}$	$\frac{3^7}{2^{11}}$		$\frac{3^9}{2^{14}}$	$\frac{3^{10}}{2^{15}}$	$\frac{3^{11}}{2^{17}}$	$\frac{3^{12}}{2^{19}}$
Fréquence (valeur approchée à 10^{-2} près)	1	1,5				1,9	1,42	1,07		1,20	1,80	1,35	1,01

5- L'algorithme termine-t-il pour une valeur de n inférieure ou égale à 12 ?

6- Chacune des fréquences calculées est obtenue à partir de 1 par multiplications successives par $\frac{3}{2}$ et parfois par $\frac{1}{2}$. Elles peuvent donc toutes s'écrire sous la forme $\frac{3^m}{2^n}$ où m et n sont des entiers naturels non nuls.

6-a- Démontrer que l'égalité $\frac{3^m}{2^n} = 1$ est impossible.

6-b- Que peut-on en déduire pour l'algorithme proposé ci-dessus ?

7- D'après ce qui précède, le cycle des quintes ne « reboucle » jamais exactement sur la note de départ. En s'appuyant sur le tableau de la question 4, justifier le choix de 12 notes dans une gamme construite selon ce principe.

8- Si on choisit comme fréquence de référence celle du Do3, les fréquences réelles des autres notes sont obtenues en multipliant par 262 les fréquences calculées dans le tableau de la question 4. En les rangeant dans l'ordre croissant et en arrondissant à l'unité, on obtient les fréquences des notes de la gamme de Pythagore à 12 notes :

Do	Do#	Ré	Ré#	Mi	Fa	Fa#	Sol	Sol#	La	La#	Si
262	280	295	315	332	354	373	393	420	442	472	497

8-a- Comparer ces fréquences à celles inscrites sur les touches du piano de la partie 1

8-b- Calculer au centième près les rapports entre la fréquence du Do# et celle du Do puis entre la fréquence du Ré et celle du Do# dans cette gamme. Que constate-t-on ?

9-a- Calculer au centième près les rapports entre la fréquence du Do# et celle du Do, puis entre la fréquence du Ré et celle du Do# dans la gamme figurant sur le piano représenté dans la partie 1. Que constate-t-on ?

9-b- Comment nomme-t-on la gamme figurant sur le piano ? En quoi diffère-t-elle de la gamme de Pythagore à 12 notes ?

Exercice 2 : Différentes méthodes de datation au service de la géologie (10 points sur 20)

La datation est une belle illustration de la coopération entre plusieurs champs disciplinaires : la paléontologie, la biologie, les sciences physiques notamment à travers les connaissances sur la désintégration radioactive et l'archéologie qui utilise ces savoirs scientifiques et ces techniques pour étudier le mode de vie passé des êtres humains préhistoriques.

Partie 1 : L'histoire de la détermination de l'âge de la Terre

Document 1 : l'âge de la Terre

« L'estimation de l'âge de la Terre a beaucoup évolué au fur et à mesure des connaissances et des progrès technologiques.

Au Moyen Age et à la Renaissance, les déterminations de l'âge de la Terre se basent essentiellement sur la Bible qui énumère les générations depuis Adam, les érudits y ajoutant des considérations astronomiques et des données historiques écrites, un âge de la Terre de 6 000 ans est ainsi proposé.

En 1778, Buffon calcule l'âge de la Terre à partir du temps de refroidissement de globes de différentes matières chauffées au rouge. En admettant que la Terre se refroidit d'une façon analogue à ces globes, il propose que la Terre s'est formée 93 291 ans auparavant et qu'elle sera encore habitable pendant les 38 849 ans qui suivent.

D'autres méthodes seront nécessaires pour dater plus précisément la Terre. Au XX^e siècle, grâce à la découverte de la radioactivité, la datation absolue permet à Clair Patterson d'annoncer que la Terre était âgée de 4,57 milliards d'années. »

Source : D'après Dossier Pour La Science n°42 janvier Mars 2000-Pascal Richet

1- En plus des méthodes présentées dans le texte du document 1, citez, à partir de vos connaissances, un autre argument géologique ou biologique qui permette d'invalider l'estimation de l'âge de la Terre proposée par Buffon.

2- Selon Buffon, la Terre devrait cesser d'être habitable après un certain temps. À partir du document 1, expliquer ce qui, dans ses hypothèses, a pu l'amener à cette conclusion.

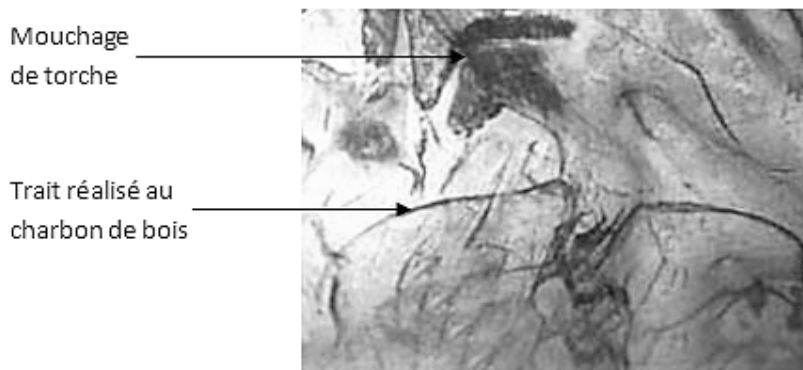
Actuellement, la datation par désintégration radioactive de différents noyaux est une méthode courante. Elle a notamment permis d'estimer l'âge des peintures réalisées par les êtres humains préhistoriques.

Partie 2 : La datation des peintures rupestres de la grotte Chauvet par le carbone 14 (¹⁴C)

Découverte en Ardèche, en 1994, la grotte Chauvet est célèbre pour ses peintures rupestres réalisées par des êtres humains préhistoriques. Ces peintures comptent parmi les plus anciennes connues. Leur âge a été estimé par la méthode de datation au carbone 14.

L'isotope ^{14}C de l'élément carbone se désintègre en azote ^{14}N et se régénère régulièrement en haute atmosphère à partir de l'azote de l'air : il se retrouve donc en proportion constante dans tous les milieux et tous les êtres vivants. Lorsqu'un être vivant meurt, son métabolisme s'interrompt et son carbone n'est plus renouvelé. En raison de la désintégration radioactive, pour un échantillon donné, le rapport P/P_0 du nombre d'atomes ^{14}C résiduel (P) sur le nombre d'atomes présents moment de la mort (P_0) décroît au cours du temps.

Document 2 : Deux rhinocéros qui s'affrontent représentés sur le panneau des chevaux dans la salle Saint-Hilaire de la grotte Chauvet



Un mouchage est un frottement de la torche sur la paroi de la grotte pour retirer la partie carbonisée qui asphyxie la flamme.

Les analyses des pigments ont révélé que les peintures ont été réalisées avec des fragments de charbon de bois (traits noirs) et des minéraux :

- Le rouge est constitué d'oxydes de fer (Fe_2O_3)
- Le noir de dioxyde de manganèse (MnO_2)

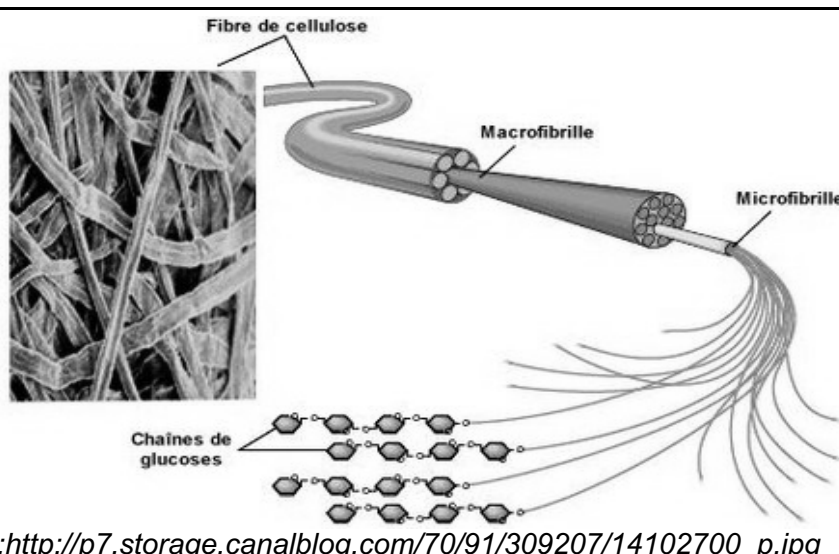
Sources : Dossier Pour La Science n°42 janvier Mars 2004

Hélène Valladas, Jean Cottés et Jean-Michel Geneste

Document 3 : Les constituants du bois

Les parois cellulaires très épaisses donnent au bois ses propriétés. Ces parois sont formées de deux constituants principaux, la cellulose et la lignine.

La cellulose est une macromolécule composée d'un enchainement de plusieurs glucoses de formule $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$, comme le montre le schéma ci-contre.



Source : http://p7.storage.canalblog.com/70/91/309207/14102700_p.jpg

À partir de vos connaissances et des informations apportées par les documents 2 et 3, répondre aux questions suivantes.

3- Justifier que les oxydes minéraux ne peuvent pas être datés par la méthode du carbone 14, alors que la datation est possible pour le charbon de bois.

4- Nommer le mécanisme biologique à l'origine de la synthèse du glucose par les plantes terrestres et donner l'équation de réaction de cette synthèse de matière végétale (on veillera à ajuster les nombres stœchiométriques de l'équation). Préciser les organes impliqués dans les échanges entre la plante et son milieu.

5 - Cocher la proposition exacte pour chaque question du questionnaire à choix multiple donné dans l'annexe À RENDRE AVEC LA COPIE.

Deux ensembles de mesures ont été réalisés pour la grotte Chauvet.

- le premier, réalisé sur des fragments de charbon de bois prélevés sur les peintures, fournit des valeurs P/P0 comprises entre 1,5 % et 2,5 %.

- le second ensemble de mesures, réalisé à partir des prélèvements sur les mouchages de torche, fournit des valeurs comprises entre 3,5 % et 4,5 %.

Un graphique représentant le rapport P/P0 du nombre d'atomes ^{14}C résiduel sur le nombre d'atomes ^{14}C présent au moment de la mort en fonction du nombre d'années écoulées depuis la mort est donné sur la figure 1 de l'annexe À RENDRE AVEC LA COPIE.

6 - En exploitant le graphique de la figure 1 (et le zoom inséré) de l'annexe À RENDRE AVEC LA COPIE, estimer, après l'avoir définie, la demi-vie du carbone 14.

7- Estimer par un encadrement l'ancienneté des traces de l'habitation de la grotte Chauvet par les êtres humains préhistoriques en datant les mouchages de torche et les traits réalisés à l'aide de charbons de bois.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Questionnaire à choix multiple

Cocher la proposition exacte pour chacune des deux affirmations QCM1 et QCM2 ci-dessous

QCM1 : La date de désintégration d'un noyau individuel de ^{14}C dont on connaît la date de création (prise comme origine) est :

- | | |
|--|--|
| ☐ aléatoire. | ☐ prévisible. |
| ☐ égale à 5730 ans. | ☐ comprise avec certitude entre 100 et 10000 ans. |

QCM2 : La durée nécessaire à la désintégration radioactive de la moitié des noyaux radioactifs d'un échantillon dépend :

- | | |
|--|--|
| ☐ du nombre initial de noyaux. | ☐ du volume de l'échantillon. |
| ☐ de la nature chimique des noyaux. | ☐ de la température. |

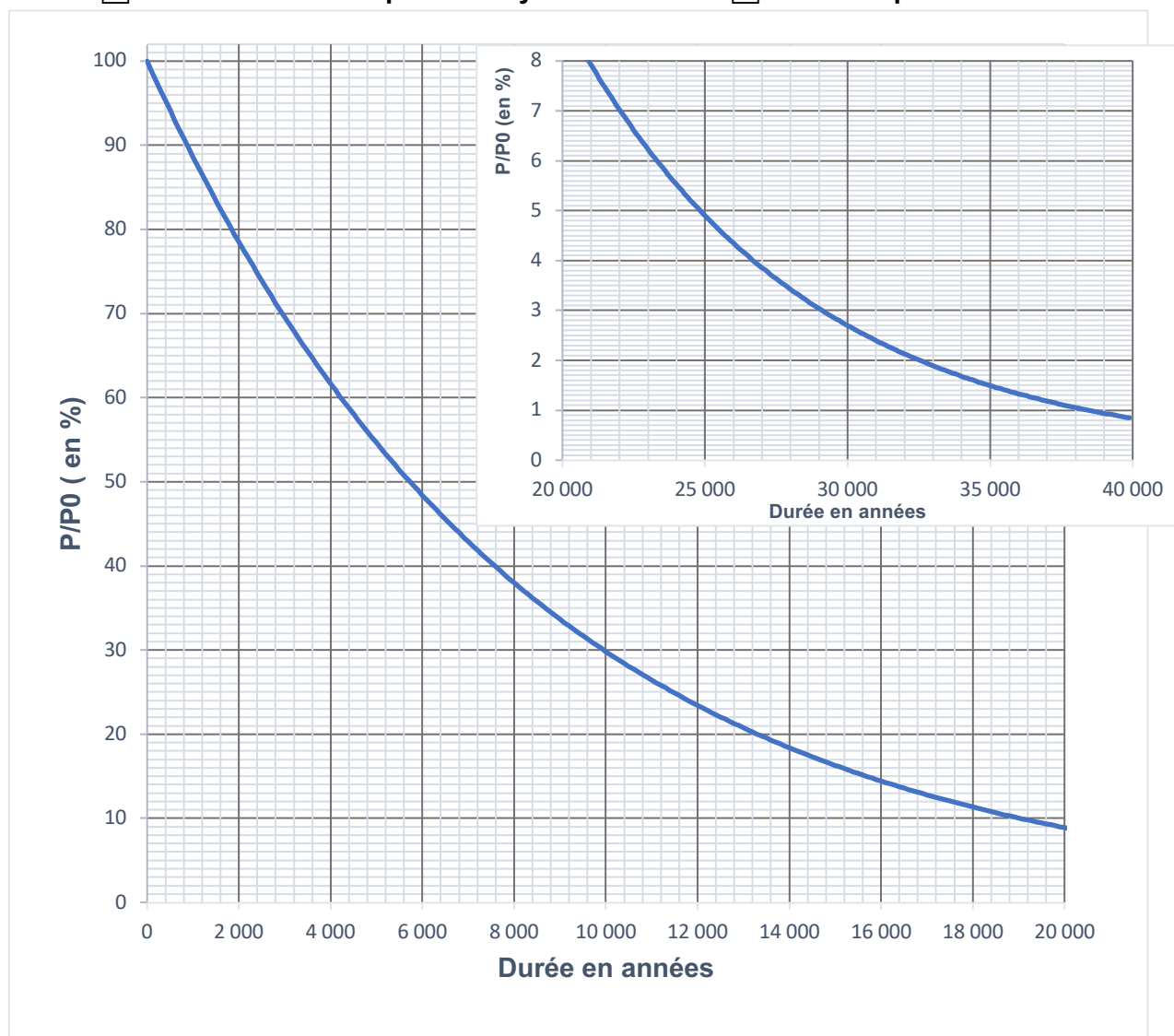


Figure 1 : Rapport P/P_0 du nombre d'atomes ^{14}C résiduel sur le nombre d'atomes ^{14}C présent au moment de la mort en fonction du temps. L'encart permet de mieux visualiser la période entre 20 000 et 40 000 ans