Modèle CCYC : ©DNE

Nom de famille *(naissance)* :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : / /

1.1

ÉVALUATION COMMUNE

CLASSE : Première

EC : ☐ EC1 ☒ EC2 ☐ EC3

VOIE : ☒ Générale ☐ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Spécialité « Mathématiques »

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒Oui ☐ Non

DICTIONNAIRE AUTORISÉ : ☐Oui ☒ Non

☐ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 7

Exercice 1 (5 points)

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes. Pour chacune d'elles, une seule des affirmations proposées est exacte.
Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

1. Soit c un nombre réel strictement supérieur à 1. Sur l'ensemble des nombres réels, la fonction polynôme f définie par $f(x) = x^2 + 2x + c$.

- **a.** change de signe exactement 2 fois
- **b.** change de signe exactement une fois
- **c.** est toujours positive
- **d.** est toujours négative

2. Si x est un nombre réel appartenant à l'intervalle $[-\pi\,;\,0]$ tel que $\cos x = \frac{3}{5}$, alors $\sin x$ a pour valeur

- **a.** $\frac{4}{5}$
- **b.** $-\frac{4}{5}$
- **c.** $-\frac{2}{5}$
- **d.** On ne peut pas savoir

3. Le quadrilatère $ABCD$ est un carré. On a :

- **a.** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = 0$
- **b.** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$
- **c.** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB} = 0$
- **d.** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DC} = 0$

4. La droite d'équation $2x - y + 1 = 0$ coupe l'axe des abscisses au point A de coordonnées :

- **a.** $A(0\,;1)$
- **b.** $A(\frac{1}{2}\,;0)$
- **c.** $A(0\,;-1)$
- **d.** $A(-\frac{1}{2}\,;0)$

5. Pour tout réel x, $\frac{e^x}{\mathrm{e}^{-x}}$ est égal à

a. -1

b. e^{-2x}

c. $(\mathrm{e}^x)^2$

d. e^0

Exercice 2 (5 points)

Un biologiste étudie une population de bactéries dans un milieu fermé. À l'instant initial, il y a 10 000 bactéries et la population augmente de 15% par heure.
On modélise la situation par une suite (u_n) pour laquelle, pour tout entier naturel n, u_n représente une estimation du nombre de bactéries au bout de n heures.
On a donc u_0= 10 000.

1. Expliquer pourquoi la suite (u_n) vérifie pour tout entier naturel n :

$$u_n = 10\,000 \times 1{,}15^n.$$

2. Quelle est la nature de la suite (u_n). On précisera le premier terme et la raison.

3. Combien y aura-t-il de bactéries au bout de 10 heures ?

4. On considère la fonction suivante définie en langage Python.

```
def  bacteries(N) :
        u=10000
        for i in range(N) :
                u=u*1.15
        return u
```

On a appelé cette fonction en donnant différentes valeurs au paramètre n et l'on a dressé le tableau suivant.

n	10	100	1 000	10 000
Bactéries (N)	40 455	$1{,}2 \times 10^{10}$	$4{,}99 \times 10^{64}$	$3{,}052 \times 10^{307}$

Quelle interprétation peut-on donner de ces résultats dans le contexte de l'exercice ?

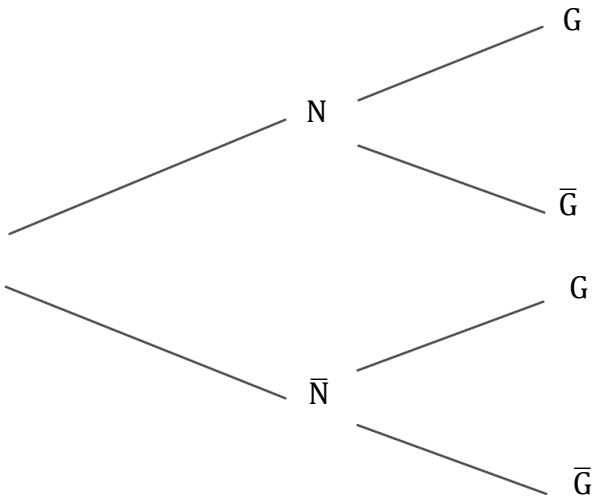
5. Lorsque la population atteint 200 000 bactéries, le biologiste répand un désinfectant afin de tester son efficacité. Une heure plus tard, il reste 4 000 bactéries. Quel est le pourcentage de diminution du nombre de bactéries?

Exercice 3 (5 points)

Claire joue régulièrement à un jeu de simulation de tournois de judo en ligne. Les adversaires qu'elle combat sont générés automatiquement de manière aléatoire selon le niveau atteint dans le jeu.
Elle a atteint le niveau le plus élevé, celui de la ceinture noire. Les scores relevés par le jeu montrent qu'elle gagne dans 45% des cas si son adversaire est ceinture noire et dans 70% si son adversaire n'est pas ceinture noire.
Claire commence un tournoi et un premier adversaire est généré par le jeu. A ce niveau la probabilité d'affronter un adversaire ayant une ceinture noire est 0,6.
On note :

- N l'événement : « l'adversaire est ceinture noire » ;
- G l'événement : « Claire gagne le combat ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous modélisant cette situation.



2. Calculer la probabilité que l'adversaire soit ceinture noire et que Claire gagne son tournoi.

3. Montrer que la probabilité que Claire gagne son combat est 0,55.

4. Claire vient de perdre un combat. Quelle est la probabilité que le combat ait été contre une ceinture noire ?

5. On considère dans cette question que la probabilité que Claire gagne est 0,55. Elle fait deux combats successifs.
On note X la variable qui compte le nombre de victoires.
Donner la loi de probabilité de X.

Exercice 4 (5 points)

On modélise la valeur de vente (en milliers d'euros) d'une voiture électrique en fonction du nombre x d'années à partir de sa mise sur le marché par la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 10] par

$$f(x) = 35\mathrm{e}^{-0,22x}.$$

1. Calculer $f(0)$. Quel est le prix de vente de cette voiture au moment de la mise sur le marché ?

2. Donner une valeur approchée du prix de vente au bout de 5 ans et 6 mois.

3. On admet que la fonction f est dérivable et on note f' sa fonction dérivée. Montrer que pour tout x appartenant à [0 ; 10],

$$f'(x) = -7,7\mathrm{e}^{-0,22x}.$$

4. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

5. Un client souhaite revendre sa voiture dès que celle-ci aura un prix de vente inférieur à 10 000 euros. Après combien de mois après avoir acheté sa voiture pourra-t-il la revendre ?